幾何原本

二

叢書集成

初編

主編者
王雲五

商務印書館發行

幾何原本

(二)

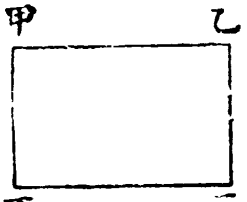
利瑪竇口譯

徐光啓筆受

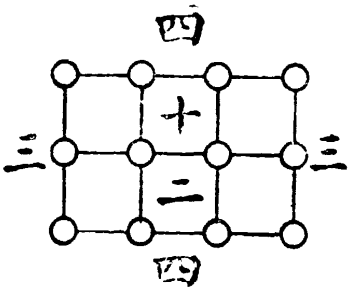
幾何原本第二卷之首

界說二則

第一界



凡直角形之兩邊、函一直角者、爲直角形之矩線、如甲乙、偕乙丙、函甲乙丙直角、得此兩邊、卽知直角形大小之度、今別作戊線、己線、與甲乙、乙丙、各等、亦卽知甲乙丙丁直角形大小之度、則戊、偕己兩線、爲直角形之矩線、



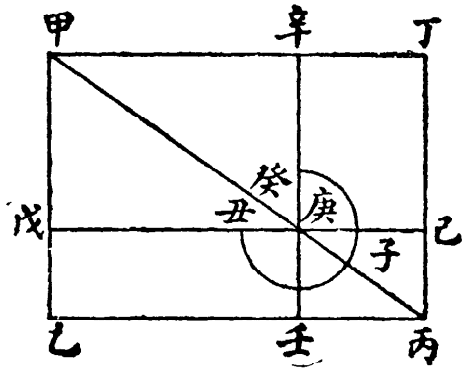
此例與算法通、如上圖、一邊得三、一邊得四、相乘得十二、則三、偕四、兩邊、爲十二之矩數、凡直角諸形之內四角、皆直、故不必更言四邊、及平行線、止名爲直角形、省文也、

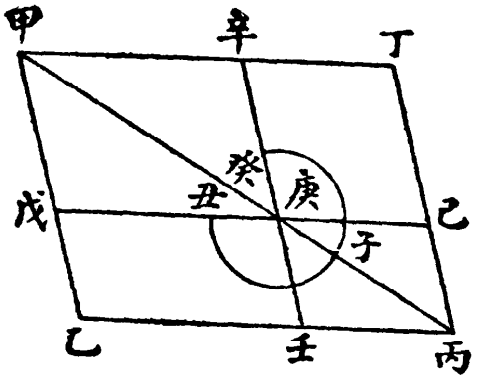
凡直角諸形、不必全舉四角、止舉對角二字、卽指全形、如甲乙丙丁直角形、止舉甲丙、或乙丁、亦省文也、

第二界

諸方形、有對角線者、其兩餘方形、任偕一角線方形、爲罄折形、

甲乙丙丁方形。任直斜角。作甲丙對角線。從庚點作戊己、辛壬、兩線。與方形邊平行。而分本形爲四方形。其辛己、庚乙、兩形爲餘方形。辛戊、己壬、兩形爲角線方形。（一卷界說三六）兩餘方形。任偕一角線方形。爲罄折形。如辛己、庚乙、兩餘方形。偕己壬角線方形。同在癸子丑圜界內者。是癸子丑罄折形也。用辛戊角線方形、倣此。





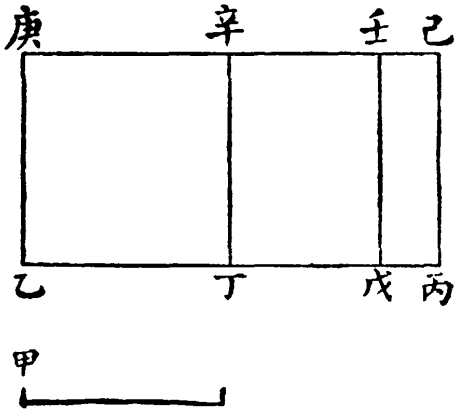
幾何原本第二卷

本篇論線　計十四題

第一題

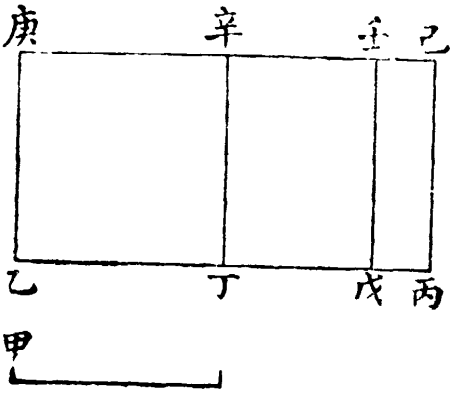
兩直線．任以一線、任分爲若干分．其兩元線矩內直角形．與不分線、偕諸分線、矩內諸直角形幷、等．

解曰．甲、與乙丙、兩線．如以乙丙三分之、爲乙丁、丁戊、戊丙．題言甲偕乙丙、矩線內直角形．與甲偕乙丁、甲偕丁戊、甲偕戊丙、三矩線內直角形幷等．



論曰、試作乙己直角形在乙丙、偕等甲之己丙、矩線內．作法．于乙界作庚乙、丙界作己丙．兩垂線．俱與甲等．爲平行．次作庚己直線．與乙丙平行．次

於丁、戊兩點、作辛丁、壬戊、兩垂線。與庚乙、己丙、平行。（一卷廿三）其辛丁、與庚乙。壬戊、與己丙。既平行、則辛丁、與壬戊、亦平行。而辛丁、壬戊、與己丙等。即亦與甲等。（一卷廿四）如此則乙辛直角形。在甲偕乙丁矩線內。丁壬直角形。在甲偕丁戊矩線內。戊己直角形。在甲偕戊丙矩線內。幷之、則三矩內直角形。與甲偕乙丙、兩元線矩內直角形等。

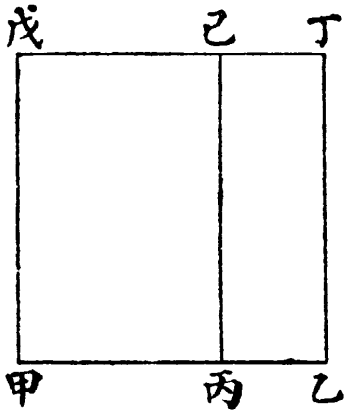


注曰。二卷前十題。皆言線之能也。（能者。謂其上能爲直角形也。如十尺線。其上能爲百尺方形之類。）其說與算數最近。故九卷之十四題。俱以數明此十題之理。今未及詳。因題意難顯。略用數明之。如本題設兩線。當兩線爲六、爲十。以十任三分之。爲五、爲三、爲二。六乘十爲六十之一大實。與六乘五爲三十、及六乘三爲十八、六乘二爲十二、之三小實幷、等。

第二題

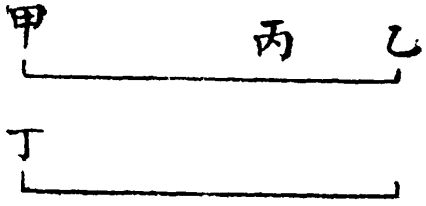
一直線任兩分之其元線上直角方形與元線偕兩分線內直角形幷等

解曰甲乙線任兩分於丙題言甲乙上直角方形與甲乙偕甲丙甲乙偕丙乙兩矩線內直角形幷等



論曰試於甲乙線上作甲丁直角方形從丙點作己丙垂線與甲戊乙丁平行（卅一卷）其甲戊與甲乙既等（一卷卅四）則甲己直角形在甲乙甲丙矩線內乙丁與甲乙既等則丙丁直角形在甲乙丙乙矩線內而此兩形幷與甲丁直角方形等

又論曰試別作丁線與甲乙等其甲乙線既任分於丙則甲乙偕丁矩線內直角形（即甲乙上直角方形）與甲丙偕丁丙乙偕丁兩矩線內直角形幷等（本篇一）

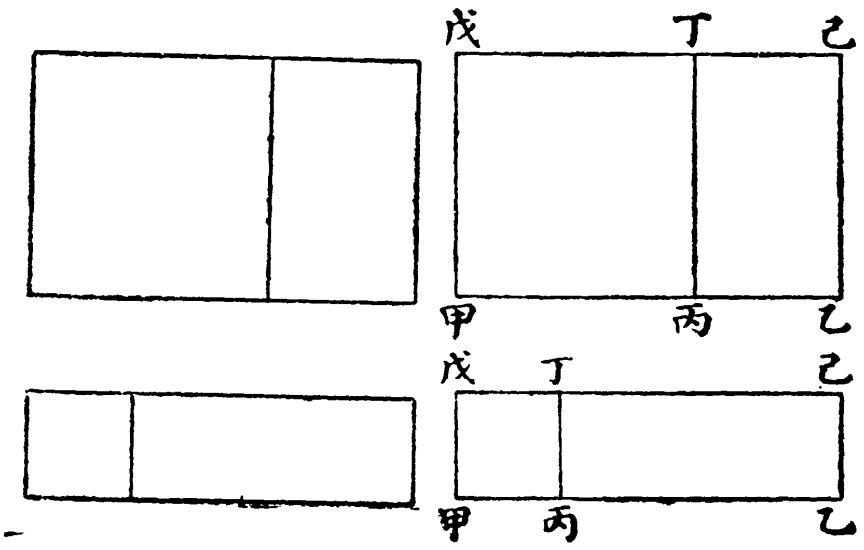


注曰．以數明之．設十數．任兩分之．爲七、爲三．十乘七爲七十、及十乘三爲三十、之兩小實．與十自之百一大冪、等．

第三題

一直線．任兩分之．其元線、任偕一分線、矩內直角形．與分餘線、偕一分線、矩內直角形．及一分線上直角方形幷、等．

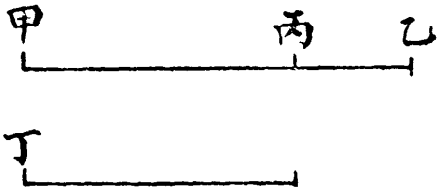
解曰．甲乙線．任兩分於丙．題言元線甲乙．任偕一分線如甲丙、矩內直角形．（不論甲丙爲長分爲短分．）與分餘丙乙、偕甲丙、矩線內直角形、及甲丙上直角方形幷、等．



論曰．試作甲丁直角方形．從乙界作乙己垂線．與甲戊平行．（一卅一卷）而於戊丁引長之、遇於己．其甲戊、與甲丙、等．則甲己直角形．在元線甲乙、偕一分線甲丙、矩內．丙丁、與甲丙、等．則丙己直角形．在一分線甲

丙．偕分餘線丙乙矩內．而甲己直角形．與甲丙丙乙、矩線內丙己直角方形幷、等．

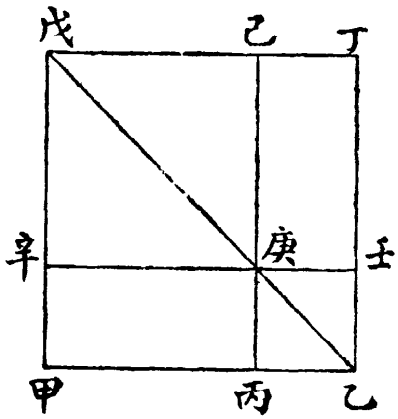
又論曰．試別作丁線．與一分線甲丙等．其甲乙線、既任分於丙、則甲乙偕丁、矩線內直角形．（即甲乙偕甲丙矩線內直角形與丁偕丙乙、即甲丙偕丙乙丁偕甲丙、即甲丙上直角方形兩矩線內直角形幷、等．本篇一．）



注曰．以數明之．設十數．任兩分之．爲七、爲三．如前圖．則十乘七爲七十．與七乘三之實二十一、及七自之冪四十九幷、等．如後圖．十乘三爲三十．與七乘三之實二十一、及三之冪九幷、等．

第四題

一直線．任兩分之．其元線上直角方形．與各分上兩直角方形、及兩分互偕、矩線內兩直角形幷、等．



解曰．甲乙線．任兩分於丙．題言甲乙線上直角方形．與甲丙、丙乙、線上兩直角方形、及甲丙偕丙乙、丙乙偕甲丙、矩線內兩直角形幷、等．

論曰．試於甲乙線上．作甲丁直角方形．次作乙戊對角線．次從丙、作丙己線．與乙丁平行．遇對角線於庚．末從庚、作辛壬線．與甲乙平行．而分本形爲四直角形．卽甲乙戊角形之甲乙、甲戊、兩邊等．而甲乙戊、與甲戊乙兩角亦等．（一卷廿五）夫甲乙戊形之三角幷．與兩直角等．（一卷廿二）而甲爲直角．卽甲乙戊、甲戊乙、皆半直角．（一卷廿之二系）依顯丁乙戊角形之丁乙戊、丁戊乙、兩角．亦皆半直角．則戊己庚外角、與內角丁、等爲直角．（一卷廿九）而己戊庚、既半直角．則己庚戊、等爲半直角矣．角既等．則己庚、己戊、兩邊亦等．（一卷六）庚辛、辛戊、亦等．（一卷廿四）而辛己爲直角方形也．依顯丙壬亦直角方形也．又庚辛、與甲丙、兩對邊等．（一卷廿四）而乙丙、與庚丙、俱爲直角方形邊．亦等．則辛己爲甲丙線上直角方形．丙壬爲丙乙線上直角方形也．又甲庚、及庚丁、兩直角形．各在甲丙、丙乙、矩線內也．則甲丁直角方形．與甲丙、丙乙、兩線上兩直角方形．及兩線矩內兩直角形幷、等矣．

系．從此推知、凡直角方形之角線形．皆直角方形．

又論曰．甲乙線．既任分於丙．則元線甲乙上直角方形．與元線偕各分線、矩內兩直角形幷、等．（本篇二）又甲乙偕甲丙、矩線內直角形．與甲丙偕丙乙、矩線內直角形、及甲丙上直角方形幷、等．（本篇三）甲乙偕丙

乙、矩線內直角形。與丙乙偕甲丙、矩線內直角形、及丙乙上直角方形幷、等。本篇三則甲乙上直角方形。與甲丙、丙乙上兩直角方形、及甲丙偕丙乙、丙乙偕甲丙、矩線內兩直角形幷、等。

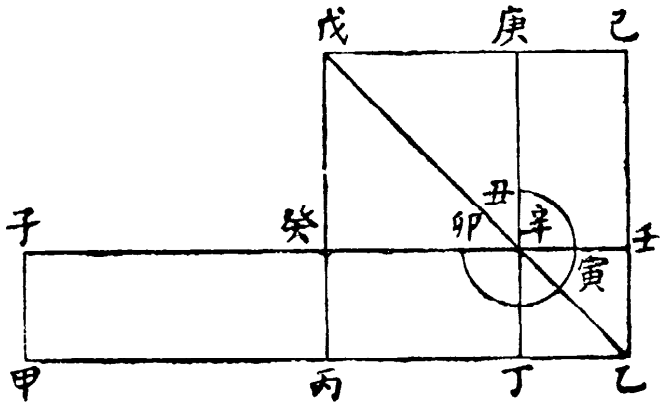
注曰。以數明之。設十數。任兩分之。爲七、爲三。十之冪百。與七之冪四十九、三之冪九、及三七互乘之實兩二十一、幷、等。

第五題

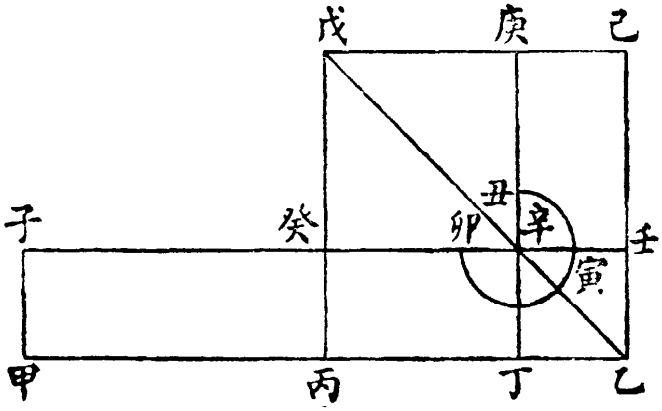
一直線。兩平分之。又任兩分之。其任兩分線、矩內直角形、及分內線上直角方形、幷。與平分半線上直角方形等。

解曰。甲乙線、兩平分於丙。又任兩分於丁。其丙丁爲分內線。丙丁線者。丙乙所以大於丁乙之較。又甲丁所以大於甲丙之較。故曰分內線。題言甲

丁、丁乙、矩線內直角形、及分內線丙丁上直角方形、幷、與丙乙線上直角方形等。



論曰。試於丙乙線上。作丙己直角方形。次作乙戊對角線。從丁、作丁庚線。與乙己平行。遇對角線於辛。次從辛、作壬癸線。與丙乙平行。次從甲、作甲子線。與丙戊平行、末從壬癸線引長之、遇於子。夫丁壬、癸庚。皆直角方形。（本篇四之系）而辛丁、與丁乙、兩線等。（一卷卅四）癸辛、與丙丁、兩線等。則甲辛直角形。在任分之甲丁、丁乙、矩線內。而癸庚爲分內線丙丁上直角方形也。今欲顯甲辛直角形、及癸庚直角方形、幷、與丙

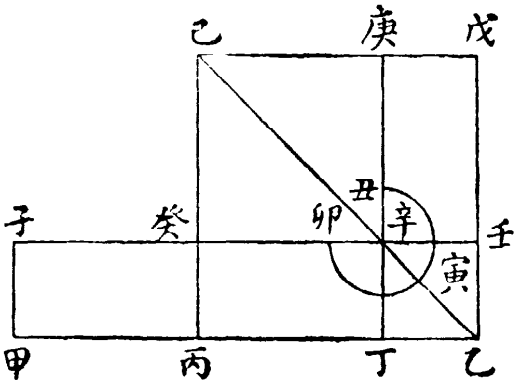


己直角方形等者。於丙辛、辛己相等之兩餘方形。（一卷四三）每加一丁壬直角方形。即丙壬、及丁己、兩直角形等矣。而甲癸、與丙壬、兩形。同在平行線內。又底等。即形亦等。（一卷卅六）則甲癸、與丁己、亦等也。即又每加一丙辛直角形。則丑寅卯罄折形。豈不與甲辛等。次於罄折形。又加一癸庚直角方形。豈不與丙己直角方形等也。而甲辛、癸庚、兩形幷。亦與丙己等也。則甲丁、丁乙、矩線內直角形、及丙丁上直角方形、幷。與丙乙上直角方形等。

注曰、以數明之。設十數。兩平分之。各五。又任分之。爲八、爲二。則三爲分內數。三者。五所以大於二之較。二八之實十六、三之冪九。與五之冪二十五、等。

第六題

一直線。兩平分之。又任引增一直線。共爲一全線。其全線、偕引增線、矩內直角形、及半元線上直角方形、幷。與半元線偕引增線、上直角方形等。



解曰、甲乙線。兩平分於丙。又從乙引長之、增乙丁。與甲乙通爲一全線。題言甲丁、偕乙丁、矩線內直角形。及半元線丙乙上直角方形幷。與丙丁上直角方形等。

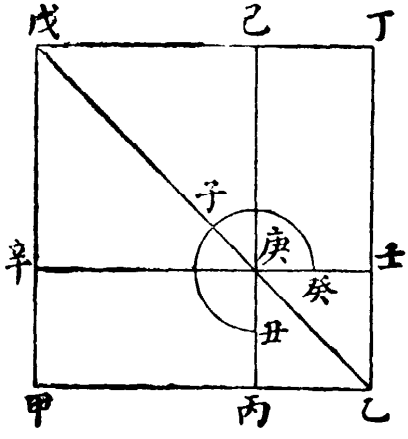
論曰。試於丙丁上、作丙戊直角方形。次作丁己對角線。從乙作乙庚線、與丁戊平行。遇對角線於辛。次從辛作壬癸線、與丙丁平行。次從甲、作甲子線、與丙己平行。末從壬癸線引長之、遇於子。夫乙壬、癸庚。皆直角方形。本篇四之系而乙丁、與丁壬、兩線等。一卷卅四癸辛與丙乙、兩線等。則甲壬直角形。在甲丁、偕乙丁、矩線內。而癸庚爲丙乙上直角方形也。今欲顯甲壬直角形、及癸庚直角方形幷。與丙戊直角方形等者。試觀甲癸、與丙辛、兩直角形同在平行線內。又底等。卽形亦等。一卷卅六而丙辛、與辛戊、等。一卷四三則辛戊、與甲癸、亦等。卽又每加一丙壬直角形。則丑寅

卯罄折形與甲壬等。夫罄折形加一癸庚形。本與丙戊直角方形等也。卽甲壬、癸庚、兩形幷。亦與丙戊等也。則甲丁、乙丁、矩線內直角形、及丙乙上直角方形、幷。豈不與丙丁上直角方形等。

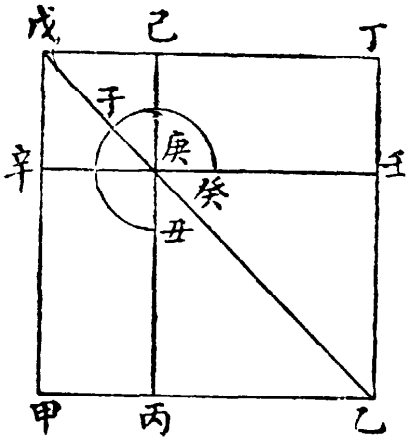
注曰。以數明之。設十數。兩平分之。各五。又引增二。共十二。二乘之爲二十四、及五之冪二十五。與七之冪四十九、等。

第七題

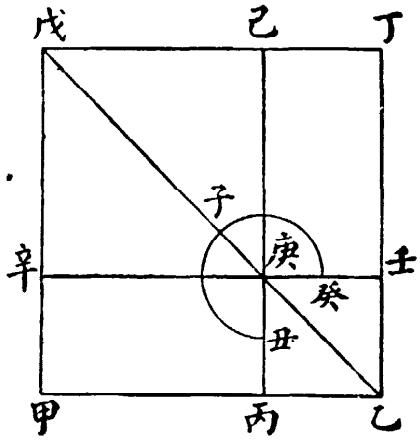
一直線。任兩分之。其元線上、及任用一分線上、兩直角方形、幷。與元線偕一分線、矩內直角形二、及分餘線上直角方形幷、等。



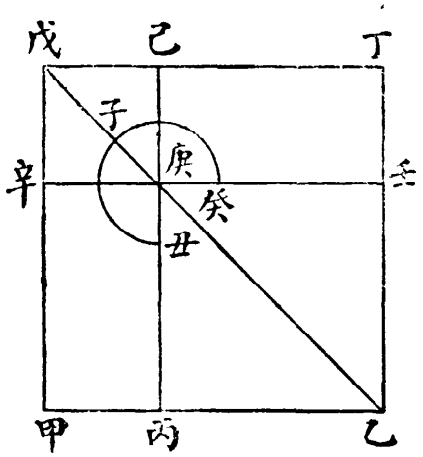
解曰。甲乙線。任分於丙。題言元線甲乙上、及任用一分線如甲丙上。兩直角方形、幷。（不論甲丙爲長分、爲短分。）與甲乙偕甲丙、矩內直角形二、及分餘線丙乙上直角方形幷、等。



論曰．試於甲乙上、作甲丁直角方形．次作乙戊對角線．從丙作丙己線．與乙丁平行．遇對角線於庚．末從庚作辛壬線．與甲乙平行．夫辛己、丙壬、皆直角方形．（本篇四之系）而辛庚、與甲丙等．（一卷卅四）即辛己爲甲丙上直角方形也．又甲戊、與甲乙等．即甲己直角形、在甲乙偕甲丙、矩線內也．又戊丁、丁壬、與甲乙、甲丙、各等．即辛丁直角形．亦在甲乙偕甲丙、矩線內也．夫甲己、己壬、兩直角形．（即癸子丑磬折形）及丙壬直角方形、幷．本與甲丁直角方形等．今於甲己、辛丁、兩直角形幷．加一丙壬直角方形．即與甲丁直角方形、加一辛己直角方形、等矣．則甲乙、甲丙、矩線內直角形二、及丙乙上直角方形、幷．與甲乙上直角方形、及甲丙上直角方形幷．等也．



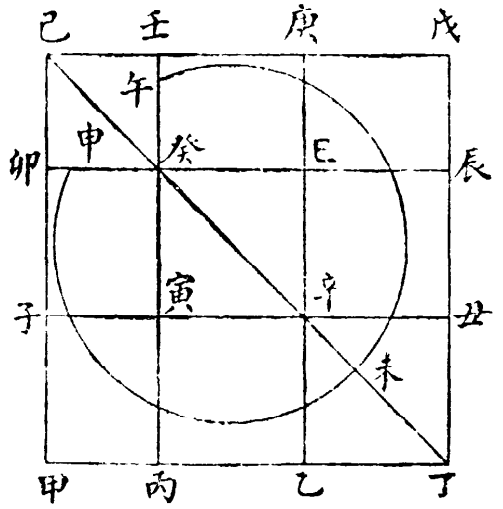
注曰。以數明之。設十數。任分之、爲六、爲四。如前圖。十之冪百、及六之冪三十六、幷。與十六互乘之兩實百二十、及四之冪十六、等。如後圖。十之冪百、及四之冪十六、幷。與十四互乘之兩實八十、及六之冪三十六、等。

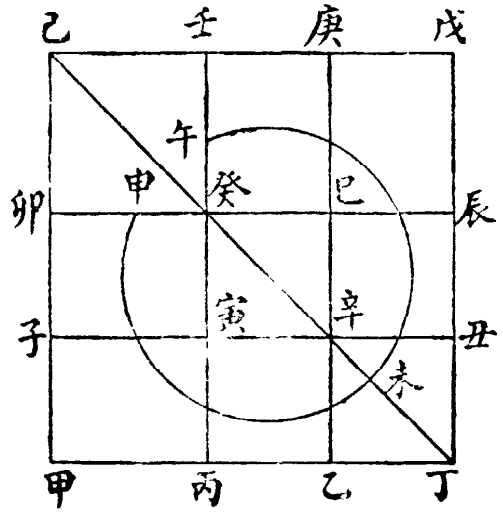


第八題

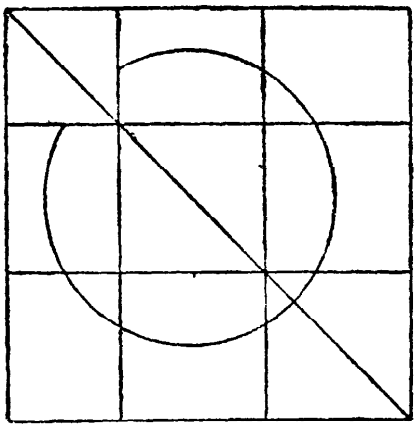
一直線。任兩分之。其元線偕初分線、矩內直角形四、及分餘線上直角方形、幷。與元線偕初分線上直角方形、等。解曰。甲乙線。任分於丙、題言元線甲乙、偕初分線丙乙、矩內直角形四。（不論丙乙爲長分、爲短分。）及分餘線甲丙上直角方形、幷。與甲乙偕丙乙上直角方形、等。

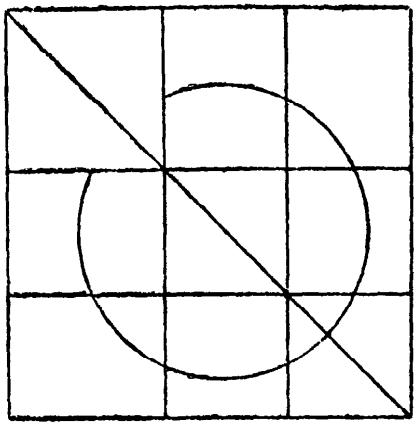
論曰．試以甲乙線、引增至丁．而乙丁與丙乙等．於全線上、作甲戊直角方形次作丁己對角線．從乙作乙庚線．與丁戊平行．遇對角線於辛．次從丙作丙壬線．與甲己平行．遇對角線於癸．次從辛作子丑線．與甲丁平行．遇丙壬於寅．末從癸作卯辰線．與戊己平行．遇乙庚於己．其卯壬、寅己、乙丑、俱角線方形．（一卷卅四之系）而卯癸．與甲丙、兩線等．（一卷卅四）即卯壬爲甲丙上直角方形．又寅辛、與丙乙、兩線等．（一篇卅四）即寅己爲丙乙上直角方形．與乙丑等．（丙乙與乙丁等故）又乙辛、辛己、兩線．亦各與丙乙等．而甲辛、子己、兩直角形．各在甲乙、丙乙、矩線內．即等．（子辛與甲乙等故）寅庚、辛戊、兩直角形．亦各在甲乙、丙乙、矩線內．即又等．（寅辛、辛丑．與丙乙、乙丁等．辛庚、丑戊．與甲乙之子辛等故）寅己既與乙丑等．而每加一癸庚．即乙丑、癸庚、幷．與寅庚又等．是甲辛一、子己二、辛戊





三、乙丑四、癸庚五、五直角形。幷爲午未申罄折形。與元線甲乙、偕初分線丙乙、矩內直角形四、等。而午未申罄折形、及卯壬直角方形。本與甲戊直角方形等。則甲乙、乙丙、矩線內直角形、四、及甲丙上直角方形、幷。與甲乙偕丙乙上直角方形等。



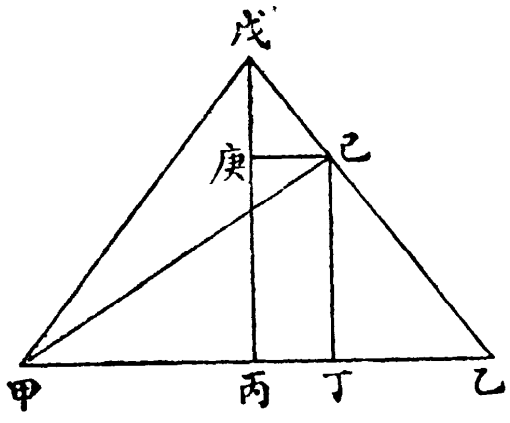


注曰。以數明之。設十數。任分之、爲六、爲四。如前圖。十六互乘之實四、爲二百四十、及四之冪十六。共二百五十六。與十六之冪等。如後圖。十四互乘之實四、爲一百六十、及六之冪三十六。共一百九十六。與十四之冪等。

第九題

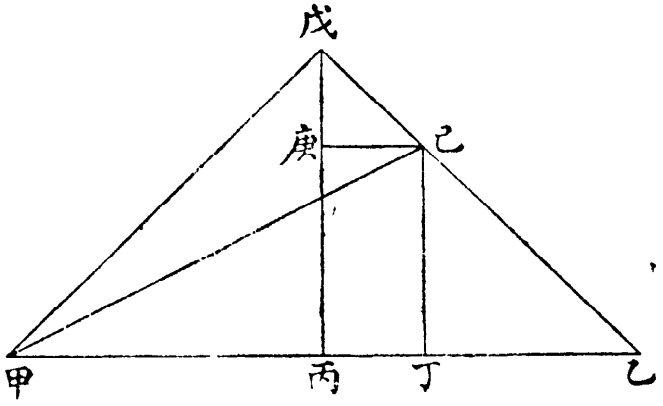
一直線。兩平分之。又任兩分之。任分線上、兩直角方形幷。倍大於平分半線上、及分內線上、兩直角方形幷。

解曰、甲乙線平分於丙、又任分於丁、題言甲丁、丁乙、上兩直角方形、幷、倍大於平分半線甲丙上、分內線丙丁上、兩直角方形、幷、



論曰、試於丙上作丙戊垂線、與甲丙等、次作甲戊、戊乙、兩腰、次從丁作丁己垂線、遇戊乙於己、從己作己庚線、與甲乙平行、遇戊丙於庚、末作甲己線、其甲丙戊角形之甲丙、丙戊、兩腰等、即丙戊甲、丙甲戊、兩角亦等、（一卷五）而甲丙戊爲直角、即餘兩角、皆半直角、（一卷卅二之系）依顯丙戊乙、亦半直角、又戊庚己角形之戊庚己角、爲戊丙乙之外角、即亦直角、（一卷廿九）而庚戊己半直角、即庚己戊、亦半直角、（一卷卅二之系）又庚戊己、庚己戊、兩角等、即庚戊、庚己、兩腰亦等、（一卷六）依顯丁乙己角形之丁乙、丁己、兩腰亦等、夫甲丙戊角

形之丙爲直角。卽甲戊線上直角方形。與甲丙、丙戊、線上兩直角方形、自相等。卽甲丙上直角方形。倍大於甲丙上直角方形矣。又戊庚己角形之庚爲直角。卽戊己線上直角方形。與庚戊、庚己、線上兩直角方形、幷等。一卷四七而庚戊、庚己、上兩直角方形、自相等。卽戊己上直角方形。倍大於等庚己之丙丁上直角方形矣。庚己、丙丁、爲丙己直角形之對邊故見一卷廿四則是甲戊、戊己、上兩直角方形、幷。倍大於甲丙、丙丁、上兩直角方形幷也。又甲己上直角方形。既等於甲戊、戊己、上兩直角方形、幷。又等於甲丁、丁己、上兩直角方形、幷。一卷四七則甲丁、丁己、上兩直角方形、幷。亦倍大於甲丙、丙丁、上兩直角方形、幷矣。而丁己、與丁乙等。則甲丁、丁乙、上兩直角方形、幷。豈不倍大於甲丙、丙丁、上兩直角方形、幷也。

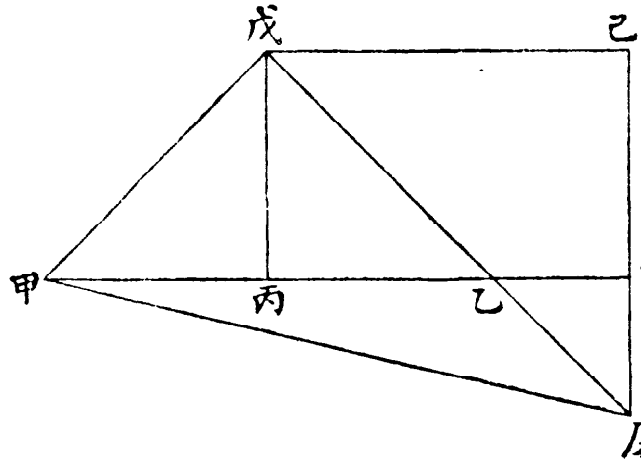


注曰。以數明之。設十數。兩平分之、各五。又任分之。爲七、爲三。分內數二、其七之冪四十九、及三之冪九。倍大於五之冪二十五、及二之冪四。

第十題

一直線。兩平分之。又任引增一線。共爲一全線。其全線上、及引增線上、兩直角方形、幷。倍大於平分半線

上、及分餘半線偕引增線上、兩直角方形、幷、

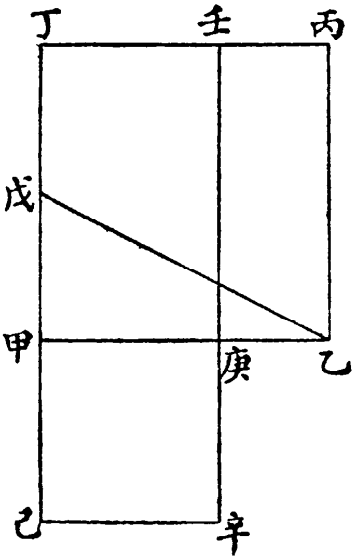


解曰．甲乙直線．平分於丙．又任引增爲乙丁．題言甲丁線上、及乙丁線上、兩直角方形、幷．倍大於甲丙線上、及丙丁線上、兩直角方形、幷．論曰．試於丙上作丙戊垂線．與甲丙等．自戊至甲、至乙．各作腰線．次從丁作己丁垂線、引長之．又從戊乙引長之．遇於庚．次作戊己線．與丙丁平行．末作甲庚線．依前題論、推顯甲戊乙爲直角．而丙戊乙爲半直角．卽相對之戊庚己、亦半直角．（一卷廿九）又己爲直角．（一卷廿四）卽己戊庚、亦半直角．（一卷廿二）而己戊、己庚兩腰必等．（一卷六）依顯乙丁、丁庚兩腰亦等．夫甲戊上直角方形．等於甲丙、丙戊、上兩直角方形、幷．（一卷四七）必倍大於甲丙上直角方形．而戊庚上直角方形．等於戊己、己庚、上兩直角方形、幷．（一卷四七）必倍大於對戊己邊之丙丁上直角方形．（一卷廿四）則甲戊、戊庚、上兩直角方形、幷．倍大於甲丙、丙丁、上兩直角方形、幷也．又甲庚上直角方形．等於甲戊、戊庚、上兩直角方形、幷．亦等於甲丁、丁庚、上兩直角方形、幷．則甲丁、丁庚、上兩直角方形、幷．亦倍大於甲丙、丙丁、上兩直角方形、幷也．而甲丁、乙丁、上兩直角方形、幷．倍大於甲丙、丙丁、上兩直角方形、幷矣．丁庚與乙丁等故．

注曰。以數明之。設十數。平分之、各五。又任增三。爲十三。十三之冪一百六十九、及三之冪九。倍大於五之冪二十五、及八之冪六十四也。

第十一題

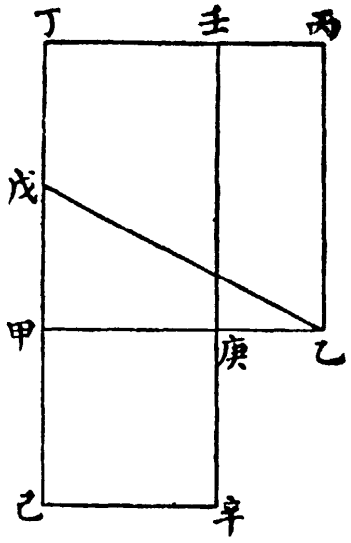
一直線。求兩分之。而元線偕初分線矩內直角形。與分餘線上直角方形、等。



法曰。甲乙線。求兩分之。而元線偕初分小線矩內直角形。與分餘大線上直角方形、等。先於甲乙上作甲丙直角方形。次以甲丁線兩平分於戊。次作戊乙線。次從戊甲引增至己。而戊己線、與戊乙等。末於甲乙線、截取甲庚。與甲己等。卽甲乙偕庚乙矩線內直角形與甲庚上直角方形等。如所求。

論曰。試於庚上作壬辛線。與丁己平行。次作己辛線。與甲庚平行。其壬庚與丙乙等。卽與甲乙等。而庚丙直角形。在甲乙偕庚乙、矩線內也。又甲庚與甲己等。而甲爲直角。卽己庚爲甲庚上直角方形也。一卷卅四今欲顯庚丙直角形。與己庚直角方形等者。試觀甲丁兩平分於戊。而引增一甲己。是丁己偕甲己、矩線內直角形、卽丁辛直角形及甲戊上直角方形、幷。與等戊己之戊乙上直角方形。本篇六夫戊乙上直角方形。等於甲戊、甲乙、上兩直角方形、幷。一卷四七卽丁辛直角形、及甲戊上直角方形、幷。與甲戊、甲乙、上兩直角方形幷、等矣。次各減同用之甲戊上直角方形。卽所存

丁辛直角形。不與甲乙上甲丙直角方形等乎。此二率者。又各減同用之甲壬直角形。則所存己庚直角方形。與庚丙直角形等。而甲乙偕庚乙、矩線內直角形。與甲庚上直角方形等也。



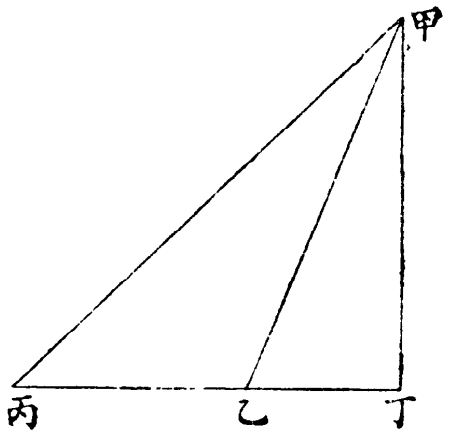
注曰。此題無數可解。說見九卷十四題。

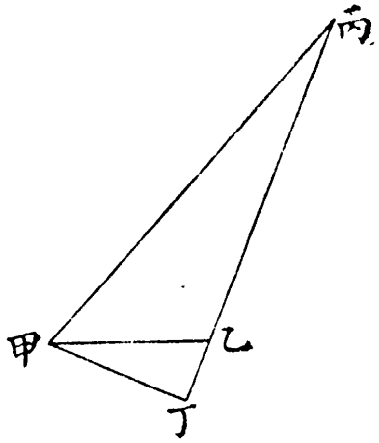
第十二題

三邊鈍角形之對鈍角邊上直角方形。大於餘邊上兩直角方形幷之較。爲鈍角旁任用一邊、偕其引增線之與對角所下垂線相遇者、矩內直角形二。

解曰。甲乙丙三邊鈍角形。甲乙丙爲鈍角。從餘角如甲、下一垂線。與鈍角旁一邊如丙乙、之引增線、遇於丁。爲直角。題言對鈍角之甲丙邊上直角方形。大於甲乙、乙丙、邊上兩直角方形幷、之較。爲丙乙偕乙丁、矩線內直角形二。反說之。則甲乙、乙丙、上兩直角方形、及丙乙偕乙丁、矩線內直角形二、幷。與甲

丙、上直角方形、等。

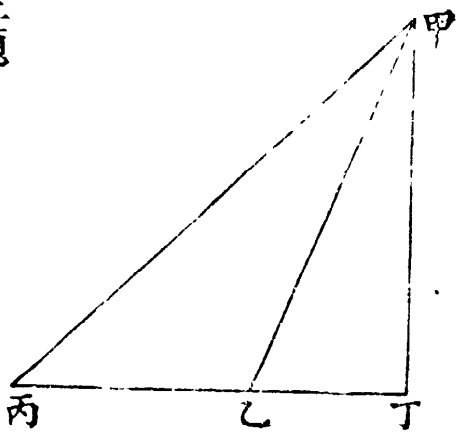




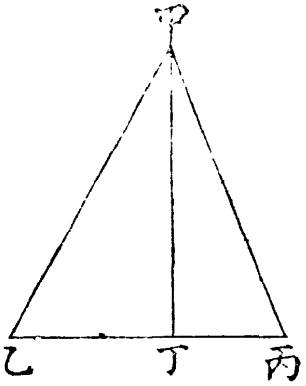
論曰。丙丁線。既任分於乙。即丙丁上直角方形。與丙乙乙丁、上兩直角方形、及丙乙偕乙丁、矩線內直角形二、幷、等。本篇四此二率者。每加一甲丁上直角方形。即丙丁、甲丁、上兩直角方形、幷。與丙乙、乙丁、甲丁、上直角方形三、及丙乙偕乙丁、矩線內直角形二、幷、等也。夫甲丙上直角方形。等於丙丁、甲丁、上兩直角方形、幷。一卷四七即亦等於丙乙、乙丁、甲丁、上直角方形三、及丙乙偕乙丁、矩線內直角形二、幷也。又甲乙線上直角方形。既等於乙丁、甲丁、上兩直角方形、幷。一卷四七即甲丙上直角方形。與甲乙、丙乙、上兩直角方形、及丙乙偕乙丁、矩線內直角形二、幷、等矣。

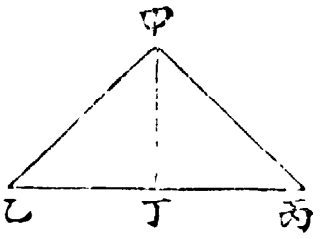
第十三題

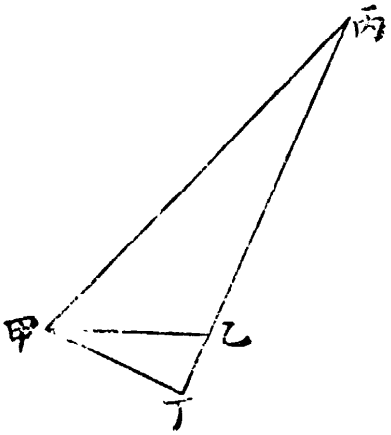
三邊銳角形之對銳角邊上直角方形。小於餘邊上兩直角方形幷之較。爲銳角旁任用一邊、偕其對角所下垂線旁之近銳角分線、矩內直角形、二。

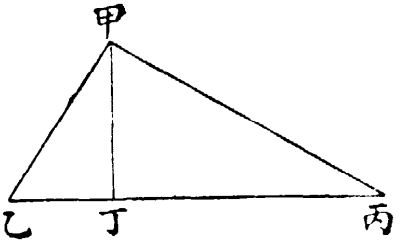


解曰。甲乙丙三邊銳角形。從一角如甲、向對邊乙丙、下一垂線。分乙丙於丁。題言對甲丙乙銳角之甲



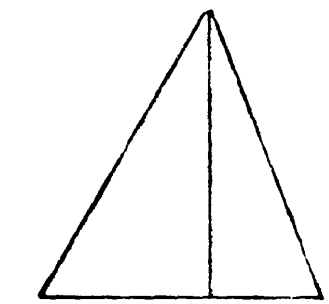


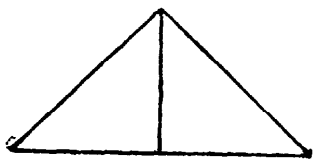


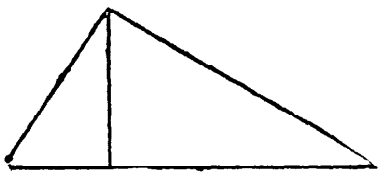


乙邊上直角方形。小於乙丙、甲丙、邊上兩直角方形、幷之較。爲乙丙偕丁丙、矩線內直角形二。反說之。則乙丙、甲丙、上兩直角方形、幷。與甲乙上直角方形、及乙丙偕丁丙、矩線內直角形、二幷、等。

論曰。乙丙線。既任分於丁。卽乙丙、丁丙、上兩直角方形、幷。與乙丙偕丁丙、矩線內直角形二、及乙丁上直角方形、幷、等。（本篇七）此二率者。每加一甲丁上直角方形。卽乙丙、丁丙、甲丁、上直角方形三。與乙丙偕丁丙、矩線內直角形二、及乙丁、甲丁、上兩直角方形、等也。又甲丙上直角方形。等於丁丙、甲丁、上兩直角方形、幷。（一卷四七）卽乙丙、甲丙、上兩直角方形、幷。與乙丙偕丁丙、矩線內直角形二、及乙丁、甲丁、上兩直角方形、幷、等也。又甲乙上直角方形。等於乙丁、甲丁、上兩直角方形、幷。（一卷四七）卽乙丙、甲丙、上兩直角方形、幷。與乙丙偕丁丙、矩線內直角形二、及甲乙上直角方形、幷、等。反說之。則甲乙上直角方形。小於乙丙、甲丙、上兩直角方形、幷者。爲乙丙偕丁丙、矩線內直角形二也。



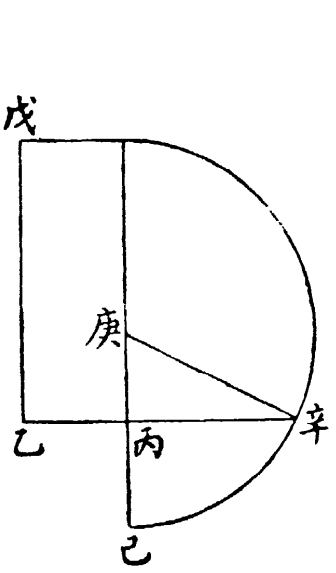


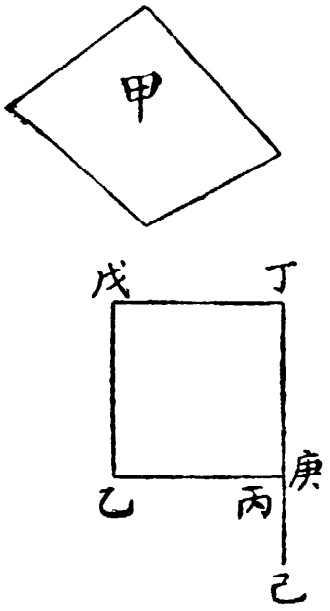


注曰、題中止論銳角形。不言直角、鈍角、形。而直角、鈍角、形中。俱有兩銳角。（一卷十七卅二）即對銳角邊上形。亦同此論。如第二第三圖是。但三銳角形、所作垂線。任用一角。而直角形、必用直角。鈍角形、必用鈍角。此爲異耳。（直角鈍角形。不用直角鈍角。不能作垂線。）

第十四題

有直線形。求作直角方形。與之等。



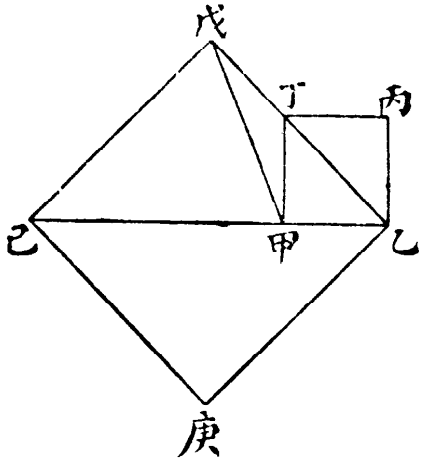


法曰。甲直線無法四邊形。求作直角方形。與之等。先作乙丁形。與甲等。而直角。（一卷四五）次任用一邊、引長之。如丁丙引之至己。而丙己與乙丙等。次以丁己兩平分於庚。其庚點。或在丙點、或在丙點之外。若在丙。即乙丁是直角方形。與甲等矣。（蓋丙己與乙丙等。又與丙丁等。而餘邊俱相等。故乙丁爲直角方形。見一卷卅四。）若庚在丙外。即以庚爲心。丁己爲界。作丁辛己半圜。末從乙丙線引長之。遇圜界於辛。即丙辛上直角方形。與甲等。

論曰。試自庚至辛、作直線。其丁己線既兩平分於庚。又任兩分於丙。則丁丙偕丙己、矩內直角形、（即乙丁直角形。蓋丙己與乙丙等故。）及庚丙上直角方形、幷。與等庚己之庚辛上直角方形等。（本篇）

五　夫庚辛上直角方形。等於庚丙、丙辛、上兩直角方形幷、（一卷四七）即乙丁直角形、及庚丙上直角方形幷。與庚丙、丙辛、上兩直角方形幷等。次各減同用之庚丙上直角方形。則丙辛上直角方形。與乙丁直角形等。

增題。凡先得直角方形之對角線、所長於本形邊之較。而求本形邊。



法曰。直角方形之對角線、所長於本形邊之較。爲甲乙。而求本形邊。先於甲乙上、作甲丙直角方形。次作乙丁對角線。又引長之、爲丁戊線。而丁戊與甲丁等。即得乙戊線。如所求。

論曰。該於乙戊作戊己垂線。從乙甲線引長之。遇於己。其乙戊己既直角。而戊乙己爲半直角。（一卷廿二）即戊己乙亦半直角。而戊乙、與戊己、兩邊等。（一卷六）次作己庚、與戊乙平行。作乙庚、與戊己平行。即戊庚形、爲戊乙邊上直角方形也。末作戊甲線。即丁戊甲、丁甲戊、兩角等也。（一卷五）夫乙戊己、丁甲己、既兩皆直角。試每減一相等之丁戊甲、丁甲戊角。即所存己戊甲、己甲戊、兩角必等。而己戊、己甲、兩邊必等。（一卷六）則乙己對角線。大於乙戊邊之較。爲甲乙矣。此增不在本書。因其方形。故類附於此。

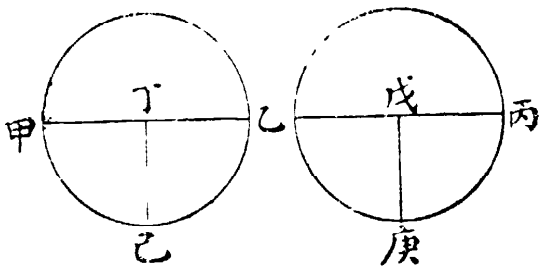
幾何原本第三卷之首

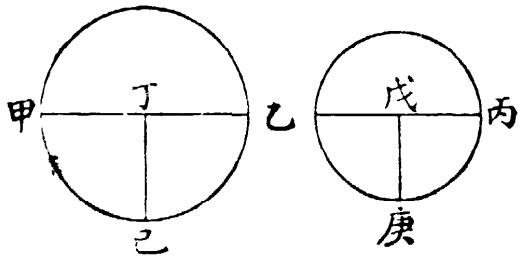
界說十則

第一界

凡圓之徑線等。或從心至圓界線等。爲等圓。

三卷將論圓之情。故先爲圓界說。此解圓之等者。如上圖、甲乙、乙丙、兩徑等。或丁己、戊庚、從心至圓界等。卽甲己乙、乙庚丙、兩圓等。若下圖、甲乙、乙丙、兩徑不等。或丁己、乙庚、從心至圓界不等。則兩圓亦不等矣。

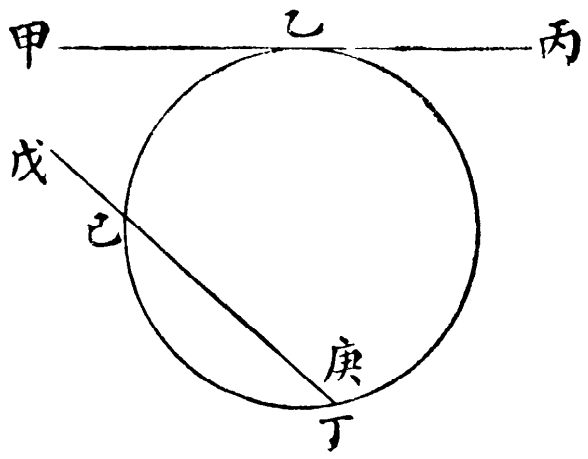




第二界

凡直線、切圜界過之而不與界交．爲切線．

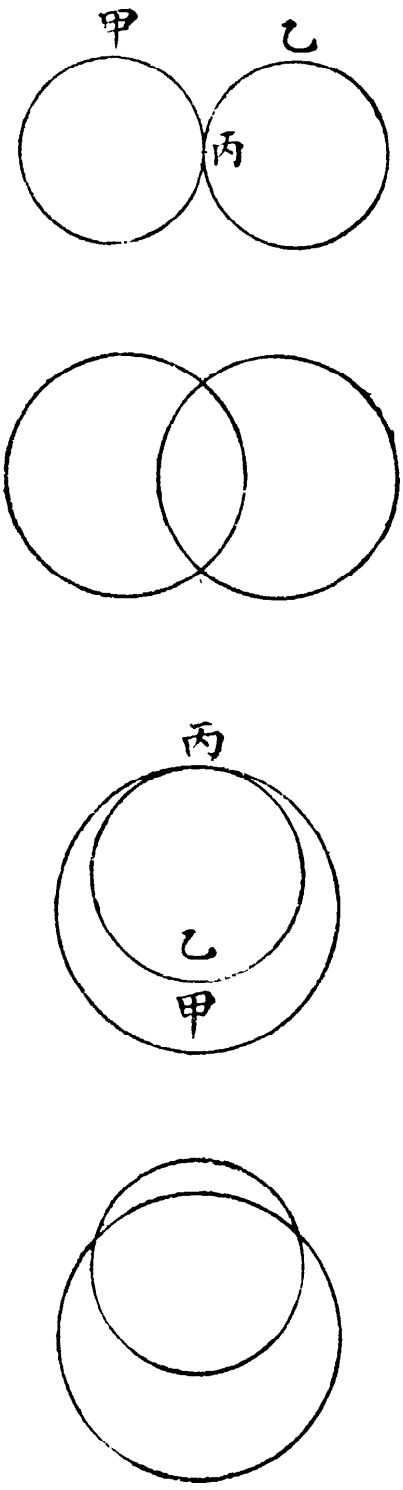
甲乙線、切乙己丁圜之界．乙又引長之至丙、而不與界交．其甲丙線、全在圜外．爲切線．若戊己線、先切圜界．而引之至庚．入圜內．則交線也．



第三界

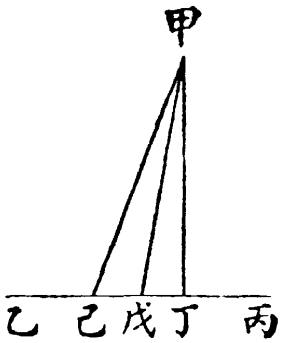
凡兩圜相切、而不相交．爲切圜．

甲、乙、兩圓。不相交、而相切於丙。或切於外。如第一圖。或切於內。如第三圖。其第二、第四圖、則交圓也。



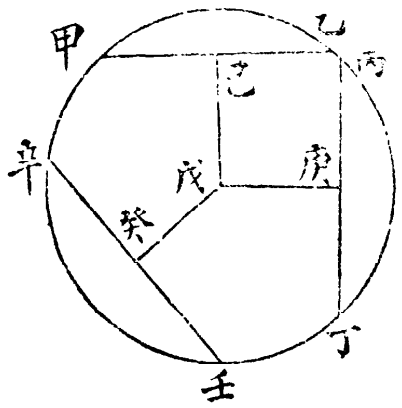
第四界

凡圓內直線。從心下垂線。其垂線大小之度。即直線距心遠近之度。



凡一點、至一直線上。惟垂線至近。其他即遠。垂線一而已。遠者無數也。故欲知點與線相去遠近。必用

垂線爲度。試如前圖、甲點與乙丙線、相去遠近。必以甲丁垂線爲度。爲甲丁一線。獨去直線至近。他若甲戊、甲己諸線。愈大愈遠。乃至無數。故如後圖、設甲乙丙丁圓內之甲乙、丙丁兩線。其去戊心遠近等。爲己戊、庚戊兩垂線等。故若辛壬線。去戊心近矣。爲戊癸垂線小故。

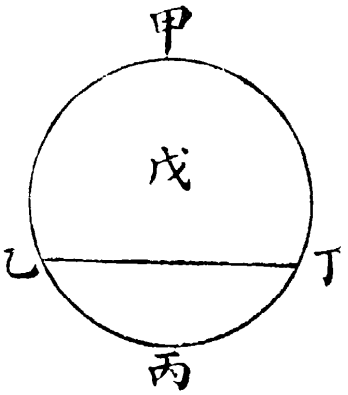


第五界

凡直線割圓之形。爲圓分。

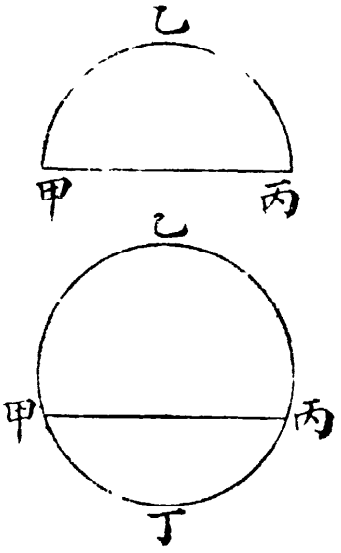
甲乙丙丁圓之乙丁直線。任割圓之一分。如甲乙丁、及乙丙丁兩形。皆爲圓分。凡分有三形。其過心者、爲半圓分。函心者、爲圓大分。不函心者、爲圓小分。又割圓之直線、爲絃。所割圓界之一分、爲弧。

第六界



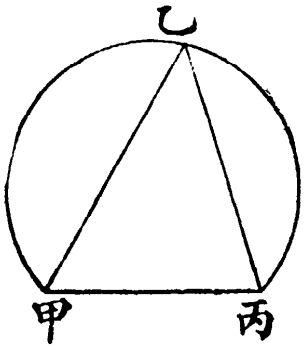
凡圜界偕直線內角。爲圜分角。

以下三界。論圜角三種。本界所言。雜圜也。其在半圜分內、爲半圜角。在大分內、爲大分角。在小分內、爲小分角。



第七界

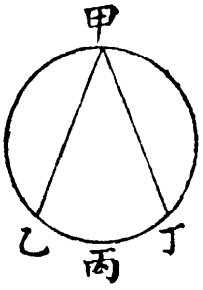
凡圓界。任於一點、出兩直線。作一角。爲負圓分角。



甲乙丙圓分。甲丙爲底。於乙點出兩直線。作甲乙丙角形。其甲乙丙角。爲負甲乙丙圓分角。

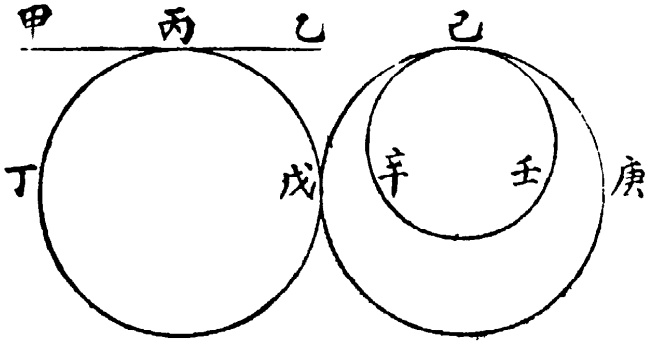
第八界

若兩直線之角。乘圓之一分。爲乘圓分角。



甲乙丙丁圓內。於甲點出甲乙、甲丁兩線。其乙甲丁角。爲乘乙丙丁圓分角。

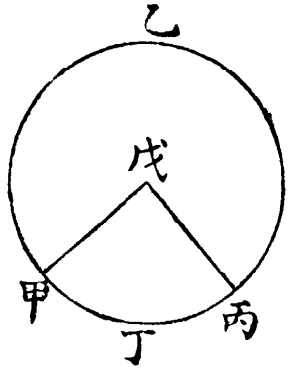
圓角三種之外。又有一種。爲切邊角。或直線切圓。或兩圓相切。其兩圓相切者。又或內、或外如下圖。甲乙線。切丙丁戊圓於丙。卽甲丙丁、乙丙戊、兩角爲切邊角。又丙丁戊、己戊庚、兩圓。外相切於戊。及己戊庚、己辛壬、兩圓。內相切於己。卽丙戊己、戊己辛、壬己庚、三角。俱爲切邊角。



第九界

凡從圓心、以兩直線作角。偕圓界、作三角形。爲分圓形。

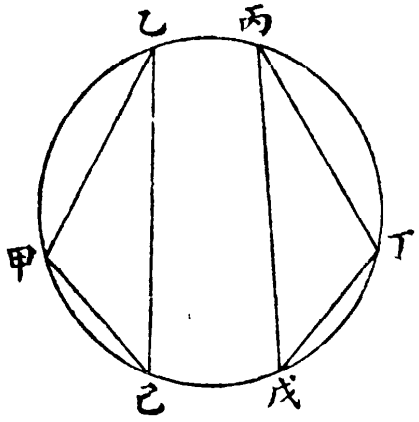
甲乙丙丁圜。從戊心出戊甲、戊丙兩線、偕甲丁丙圜界、作角形。爲分圜形。



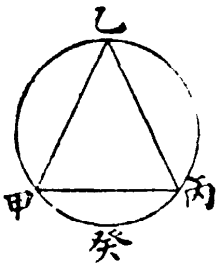
第十界

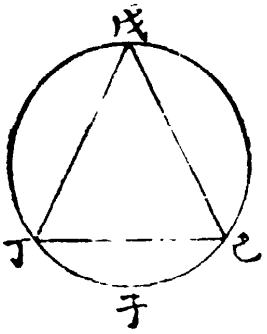
凡圜內、兩㠯圜分角、相等。卽所負之圜分相似。

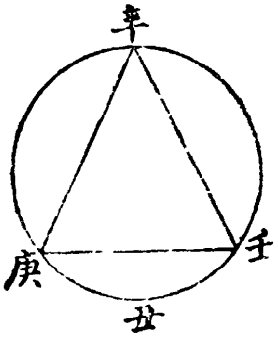
甲乙丙丁圜內有甲己、與丁丙戊、兩負圜分角等。則所負甲乙丁己、與丁丙甲戊、兩圜分相似。



又有兩圓或等、或不等。其負圓分角等。即圓分俱相似。如下三圖、三圓之甲乙丙、丁戊己、庚辛壬、三負圓分角等、即所負甲乙丙、丁戊己、庚辛壬、三圓分相似（相似者、如云同爲幾分圓之幾也。）







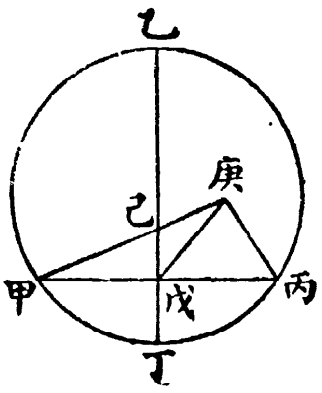
幾何原本第三卷

本篇論圜　計三十七題

第一題

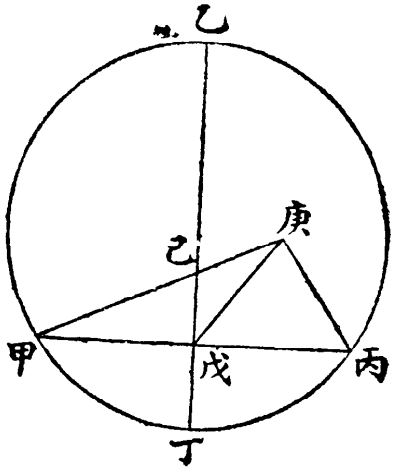
有圜。求尋其心。

法曰、甲乙丙丁圜。求尋其心。先於圜之兩界、任作一甲丙直線。次兩平分之於戊。十一卷次於戊上、作乙丁垂線。兩平分之於己。即己爲圜心。



論曰。如云不然。令言心何在。彼不得言在己之上、下。何者。乙丁線既平分於己。離平分。不能爲心故。必言心在乙丁線外、爲庚。即令自庚至丙、至戊、至甲。各作直線。則甲庚戊角形之甲戊既與丙庚戊角形之丙戊兩邊等。戊庚同邊。而庚甲、庚丙兩線俱從心至界。宜亦等。即對等邊之庚戊甲庚戊丙兩角宜

亦等。一卷八而爲兩直角矣。一卷界說十夫乙戊甲、既直角。而庚戊甲、又爲直角。可不可也。

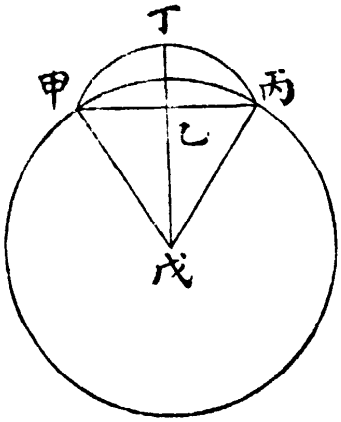


系因此推顯、圓內有直線。分他線爲兩平分。而作直角。卽圓心在其內。

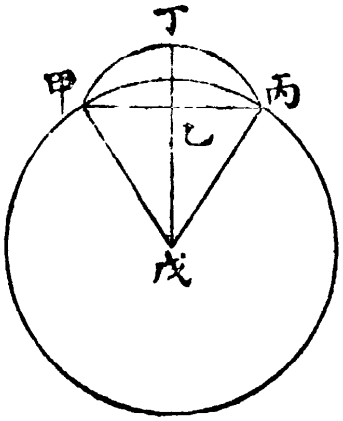
第二題

圓界、任取二點。以直線相聯。則直線全在圓內。

解曰。甲乙丙圓界上。任取甲、丙、二點。作直線相聯。題言甲丙線、全在圓內。



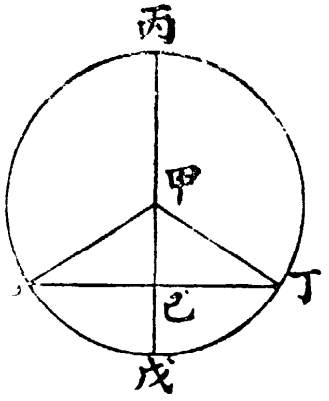
論曰。如云在外。若甲丁丙線。令尋取甲乙丙圓之戊心。本篇一次作戊甲、戊丙、兩直線。次於甲丁丙線上作戊乙丁線。而與圓界遇於乙。卽戊甲丁丙。當爲三角形。以甲丁丙爲底。戊甲戊丙兩腰等。其戊甲丙、戊丙甲、兩角宜等。一卷五



而戊丁甲爲戊丙丁之外角。宜大於戊丙丁角。卽亦宜大於戊甲丁角。（十一卷十六）則對戊丁甲大角之戊甲線。宜大於戊丁線矣。（一卷十九）夫戊甲、與戊乙。本同圜之半徑。等。據如所論。則戊乙亦大於戊丁。不可通也。若云不在圜外、而在圜界。依前論。令戊甲大於戊乙。亦不可通也。

第三題

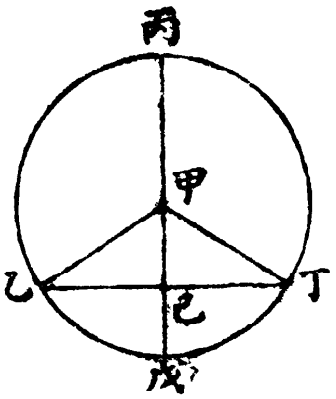
直線過圜心。分他直線爲兩平分。其分處必爲兩直角。爲兩直角。必兩平分。



解曰。乙丙丁圜。有丙戊線。過甲心。分乙丁線爲兩平分於己。題言甲己必是垂線。而己旁爲兩直角。又言己旁既爲兩直角。則甲己分乙丁。必兩平分。

先論曰。試從甲作甲乙、甲丁、兩線。卽甲乙己角形之乙己。與甲丁己角形之丁己。兩邊等。甲己同邊。甲乙、甲丁、兩線、俱從心至界。又等。卽兩形等。則其對等邊之甲己乙、甲己丁。亦等。（一卷八）而爲兩直角矣。

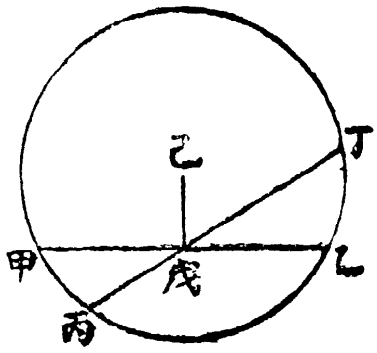
後論曰。如前作甲乙、甲丁、兩線。甲乙丁角形之甲乙、甲丁、兩邊既等。則甲乙丁、甲丁乙、兩角亦等。（一卷五）又甲乙己角形之甲己乙、甲乙己、兩角。與甲丁己角形之甲己丁、甲丁己、兩角。各等。而對直角之甲乙、



甲丁、兩邊又等。則己乙、己丁、兩邊亦等。一卷廿六欲顯次論之旨。又有一說。如甲丁上直角方形。與甲己、己丁、上兩直角方形、幷等。一卷四七而甲乙上直角方形。與甲己、乙己、上兩直角方形、幷亦等。卽甲己、己乙、上兩直角方形、幷。與甲己、己丁、上兩直角方形、幷、亦等。此二率者。每減一甲己上直角方形。則所存乙己、己丁、上兩直角方形、自相等。而兩邊亦等。

第四題

圜內不過心兩直線、相交。不得俱爲兩平分。



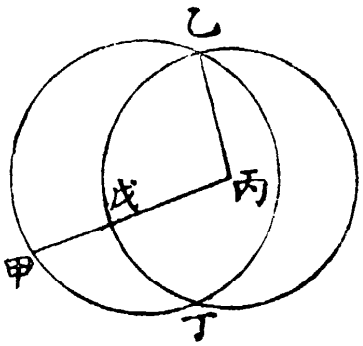
解曰。甲丙乙丁圜內。有甲乙、丙丁、兩直線。俱不過己心。若一過心。一不過心。卽兩線不得俱爲兩平分。其理易顯。而交於戊。題言兩直線。或有一線爲兩平分。不得俱爲兩平分。

論曰。若云不然。而甲乙、丙丁、能俱兩平分於戊。試令尋本圜心於己。本篇一從己至戊作甲乙之垂線。其己戊既分甲乙爲兩平分。卽爲兩直角。三本篇而又能分丙丁爲兩平分。亦宜爲兩直角。是己戊甲爲直角。而己戊丙亦直角。全與其分等矣。

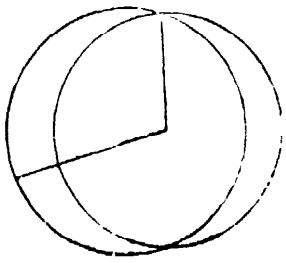
第五題

兩圓相交。必不同心。

解曰。甲乙丁、戊乙丁、兩圓。交於乙、於丁。題言兩圓不同心。



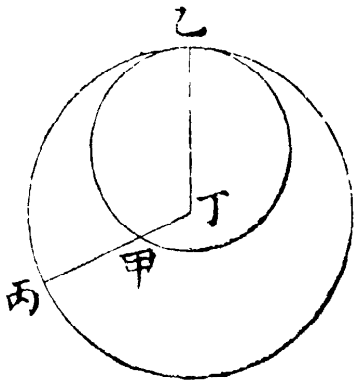
論曰。若言丙爲同心。令自丙至乙、至甲。各作直線。其丙乙至圜交。而丙甲截兩圜之界於戊、於甲。夫丙既爲戊乙丁圜之心。則丙乙與丙戊等。而又爲甲乙丁圜之心。則丙乙與丙甲、又等。是丙戊與丙甲、亦等。而全與其分等也。



第六題

兩圜內相切。必不同心。

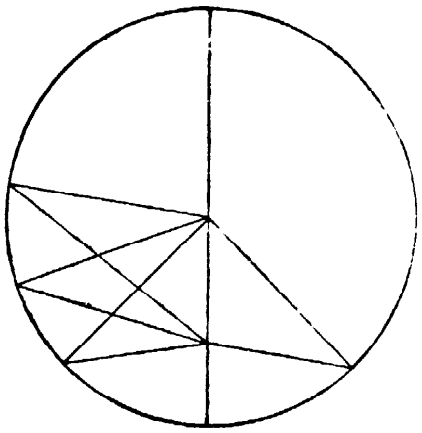
解曰。甲乙、丙乙兩圜。內相切於乙。題言兩圜不同心。

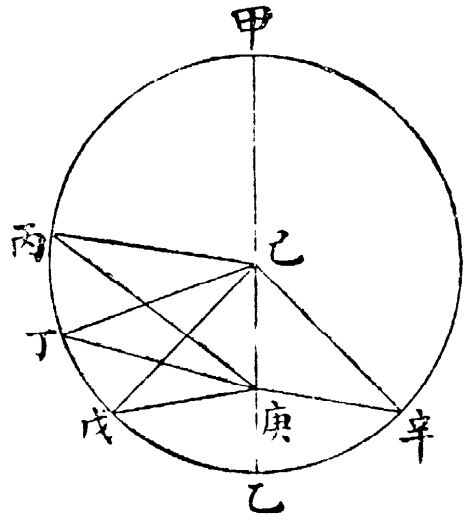


論曰。若言丁爲同心。令自丁至乙、至丙。各作直線。其丁乙至切界。而丁丙截兩圜之界於甲、於丙。夫丁既爲甲乙圜之心。則丁乙與丁甲等。而又爲丙乙圜之心。則丁乙與丁丙又等。是丁甲與丁丙亦等。而全與其分等也。

第七題

圜徑離心。任取一點。從點至圜界。任出幾線。其過心線、最大。不過心線、最小。餘線愈近心者、愈大。愈近不過心線者、愈小。而諸線中、止兩線等。





解曰．甲丙丁戊乙圜．其徑甲乙．其心己．離心任取一點爲庚．從庚至圜界任出幾線．爲庚丙、庚丁、庚戊．題先言從庚所出諸線．惟過心庚甲最大．次言不過心庚乙最小．三言庚丙大於庚丁．庚丁大於庚戊．愈近心愈大．愈近庚乙愈小．後言庚乙兩旁、止可出兩線等．

先論曰．試從己心出三線．至丙、至丁、至戊．其丙己庚角形之丙己、己庚兩邊幷．大於丙庚一邊．（一卷二十）而丙己、己庚．等於甲己、己庚．則庚甲大於庚丙．依顯庚丁、庚戊俱小於庚甲．是庚甲最大．

次論曰．己庚戊角形之己戊一邊．小於己庚、庚戊兩邊幷．（一卷二十）而己戊與己乙等．則己乙小於己庚、庚戊幷矣．次各減同用之．己庚．則庚乙小於庚戊．依顯庚戊小於庚丁．庚丁小於庚丙．是庚乙最小．

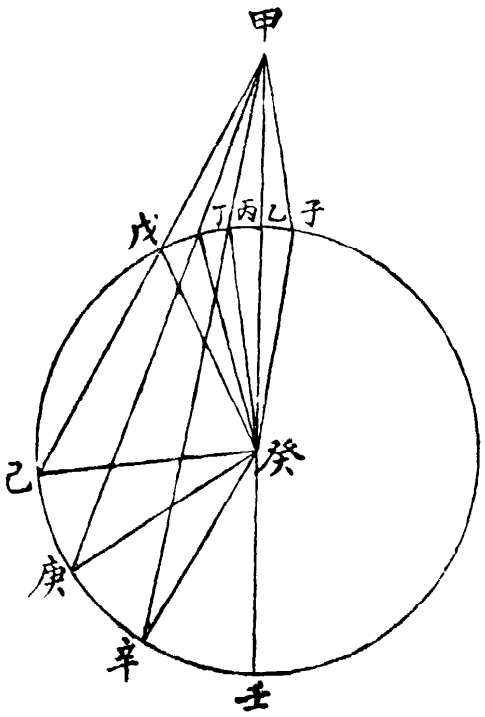
三論曰．丙己庚角形之丙己．與丁己庚角形之丁己．兩邊等．己庚同邊．而丙己庚角．大於丁己庚角．（全大於分）則對大角

之庚丙邊大於對小角之庚丁邊。（一卷廿四）依顯庚丁、大於庚戊。而愈近心愈大。愈近庚乙愈小。

後論曰。試依戊己乙、作乙己辛相等角。而抵圜界。爲己辛線。次從庚、作庚辛線。其戊己庚角形之戊己腰與庚己辛角形之辛己腰。既等。己庚同腰。兩腰間角又等。則對等角之庚戊、庚辛兩底亦等。（一卷四）而庚乙兩旁之庚戊、庚辛、等矣。此外若有從庚出線、在辛之上。卽依第三論、大於庚辛。在辛之下。卽小於庚辛。故云庚乙兩旁。止可出庚戊、庚辛、兩線等。

第八題

圜外任取一點。從點任出幾線。其至規內。則過圜心線、最大。餘線愈離心、愈小。其至規外。則過圜心線、爲徑之餘者、最小。餘線愈近徑餘、愈小。而諸線中止兩線等。



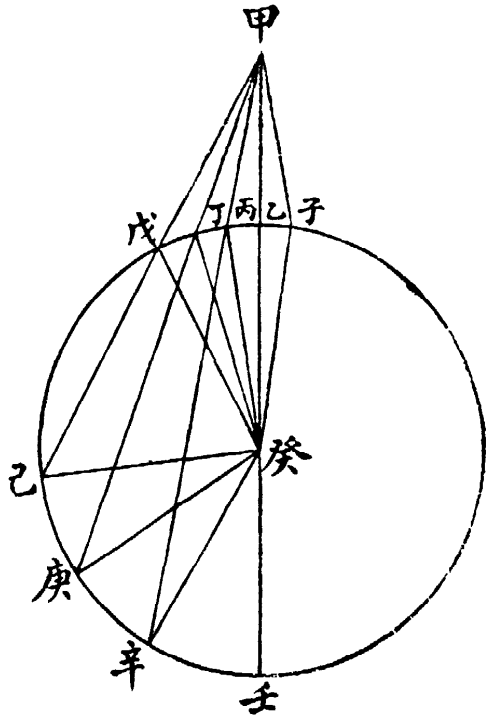
解曰。乙丙丁戊圜之外。從甲點、任出幾線。其一爲過癸心之甲壬。其餘爲甲辛、爲甲庚、爲甲己。皆至規內。（規內線者。如車輻之指牙）題先言過心之甲壬最大。次言近心之甲辛。大於離心之甲庚。甲庚又大於甲己。三反上言規外之甲乙、爲乙壬徑餘者、（規外線者。如車輻之湊轂）最小。四言甲丙近徑餘。小於甲丁。甲丁又小於甲戊。後言甲

乙兩旁止可出兩線等

先論曰試從癸心至丙丁戊己庚辛各出直線其甲癸辛角形之甲癸癸辛兩邊幷大於甲辛一邊（一卷二十）而甲癸癸辛與甲壬等則甲壬大於甲辛依顯甲壬更大於甲庚甲己而過心之甲壬最大

次論曰甲癸辛角形之癸辛與甲癸庚角形之癸庚兩邊等甲癸同邊而甲癸辛角大於甲癸庚角（全大於分）則對大角之甲辛邊大於對小角之甲庚邊（一卷廿四）依顯甲庚大於甲己而規內線愈離心愈小

三論曰甲癸丙角形之甲癸一邊小於甲丙丙癸兩邊幷（一卷二十）次每減一相等之乙癸丙癸則甲乙小於甲丙矣依顯甲乙更小於甲丁甲戊而規外甲乙最小

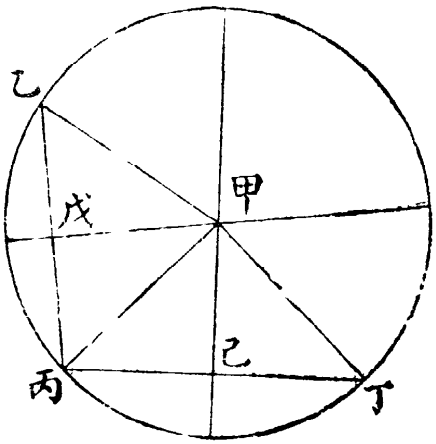


四論曰．甲丁癸角形之內．從甲、與癸．出甲丙、丙癸．兩邊幷．小於甲丁、丁癸、兩邊幷．（一卷廿一）此二率者．每減一相等之丙癸．丁癸．則甲丙小於甲丁矣．依顯甲丙更小於甲戊．而愈近徑餘甲乙者、愈小．

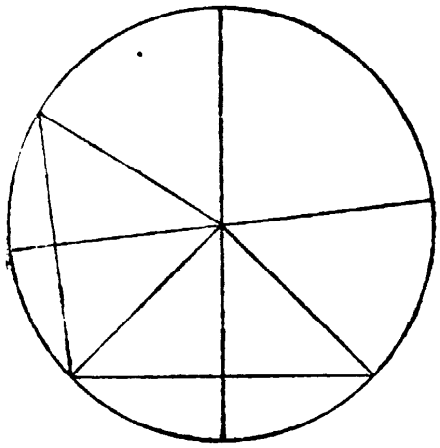
後論曰．試依乙癸丙、作乙癸子相等角．抵圓界．次作甲子線．其甲子癸角形之甲癸子、兩腰．與甲癸丙角形之甲癸、癸丙、兩腰．各等．而兩腰間角又等．則對等角之甲子、甲丙、兩底亦等也．（一卷四）此外若有從甲出線．在子之上．卽依第四論、小於甲丙．在子之下．卽大於甲丙．故云甲乙兩旁．止可出甲丙、甲子、兩線等．

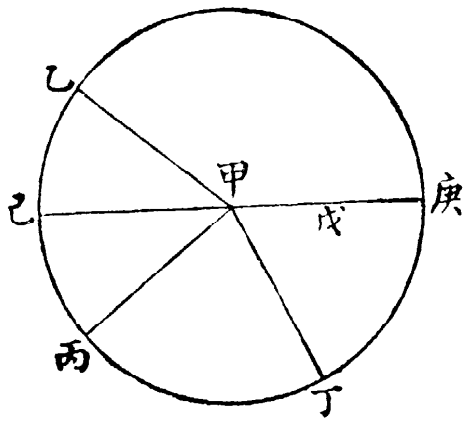
第九題

圓內從一點至界．作三線以上、皆等．卽此點必圓心．



解曰．從甲點至乙、丙、丁圓界．作甲乙、甲丙、甲丁、三直線．若等．題言甲點爲圓心．三以上等者．更不待論．





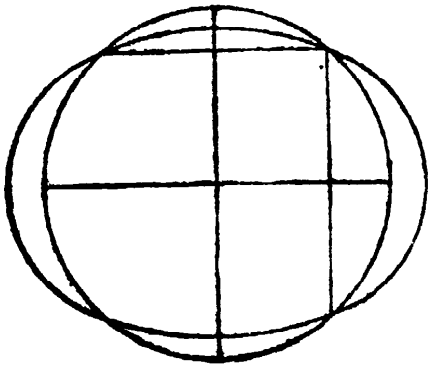
論曰．試於乙丙、丙丁、界作乙丙、丙丁、兩直線相聯．此兩線各兩平分於戊、於己．從甲出兩直線．爲甲戊、爲甲己．其甲乙戊角形之甲乙．與甲戊丙角形之甲丙．兩腰既等．甲戊同腰．乙戊、戊丙、兩底又等．卽甲戊乙、與甲戊丙、兩角．亦等（一卷八）爲兩直角．依顯甲己丙、甲己丁．亦等爲兩直角．則甲戊、甲己、之分乙丙、丙丁．俱平分爲直角．而此兩線俱爲函心線（本篇一之系）定相遇於甲．甲爲圜心矣．

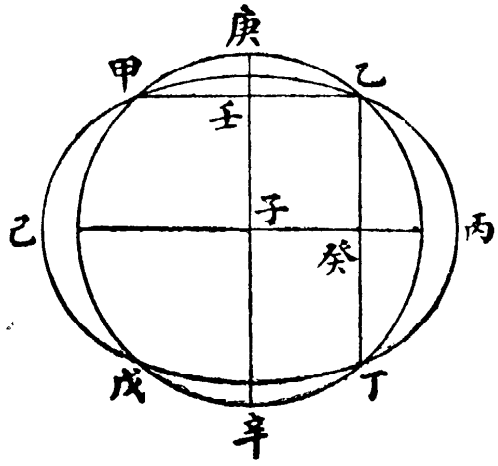
又論曰．若言甲非心．心在於戊者．令戊甲相聯引作己庚徑線．卽甲是戊心外所取一點．而從甲所出線愈近心者、宜愈大矣．（本篇七）則甲丁宜大於甲丙．而先設等．何也．

第十題

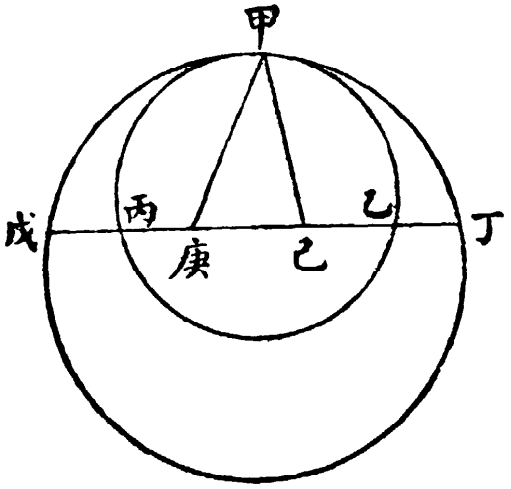
兩圜相交．止於兩點．

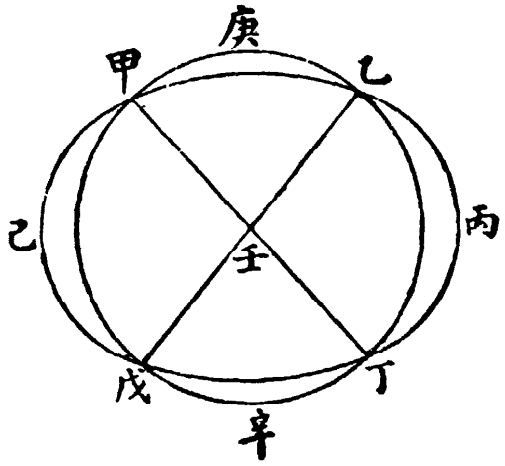
論曰．若言甲乙丙丁戊己圜．與甲庚乙丁辛戊圜．三相交於甲、於乙、於丁．令作甲乙、乙丁、兩直線相聯．此兩線各兩平分於壬、於癸．次從壬、癸、作子壬、子癸、兩垂線．其子壬分甲乙、子





癸分乙丁．既皆兩平分、而各爲兩直角．卽子壬、子癸、兩線．俱爲甲庚乙丁辛戊圜之函心線．（本篇一之系）而子爲其心矣．依顯甲乙丙丁戊己圜亦以子爲心也．夫兩交之圜、尙不得同心．（本篇五）何緣得在三交．





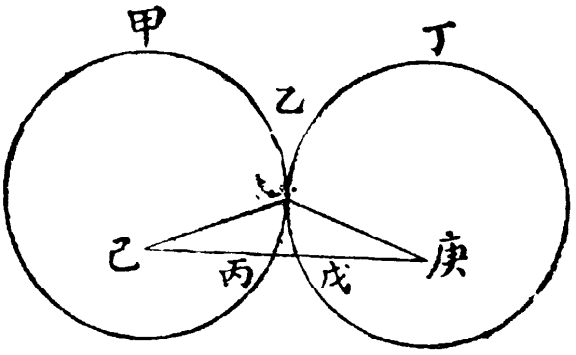
又論曰．若言兩圜三相交於甲、於乙、於丁．令先尋甲庚乙丁辛戊圜之心於壬．（本篇一次）從心至三交界作壬甲、壬乙、壬丁三線．此三線等也．（卷界一說十五）又甲乙丙丁戊己圜內．有從壬出之壬甲、壬乙、壬丁三相等線．則壬又爲甲乙丙丁戊己圜之心．（本篇九）不亦交圜同心乎．（本篇五）

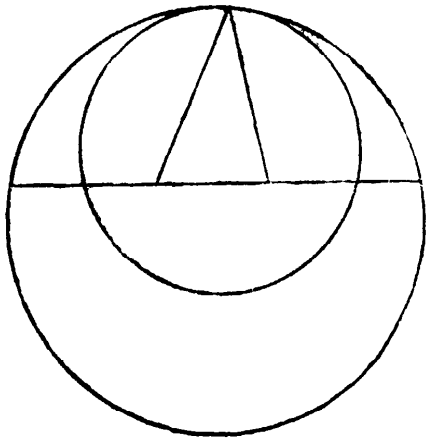
第十一題

兩圜內相切．作直線聯兩心．引出之．必至切界．

解曰．甲乙丙、甲丁戊、兩圜內相切於甲．而己爲甲乙丙之心．庚爲甲丁戊之心．題言作直線聯庚、己兩心．引抵圜界．必至甲．

論曰．如云不至甲、而截兩圜於乙、丁、及丙、戊．令從甲作甲己、甲庚、兩線．其甲己庚角形之庚己、己甲、兩邊幷．大於庚甲一邊．（卷一二十）而同圜心所出之庚甲、庚丁、宜等．卽庚己、己甲、大於庚丁矣．此二率者．各減同用之庚己．卽己甲亦大於己丁矣．夫己甲、與己乙．是內圜同心所出等線．則己乙





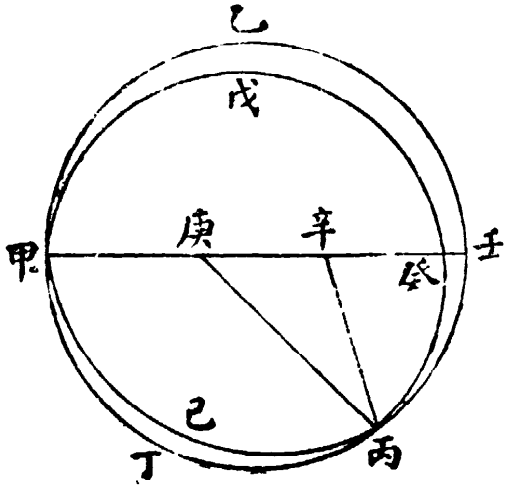
亦大於己丁。而分大於全也。可乎。若曰庚爲甲乙丙心。己爲甲丁戊心。亦依前轉說之。甲己庚角形之己庚、庚甲兩邊幷。大於甲己一邊。（一卷二十）而同圓心所出之己甲、己戊、宜等。卽己庚、庚甲大於己戊矣。此二率者。各減同用之己庚。卽庚甲大於庚戊矣。夫庚甲、與庚丙。是內圓同心所出等線。則庚丙亦大於庚戊。而分大於全也。可乎。

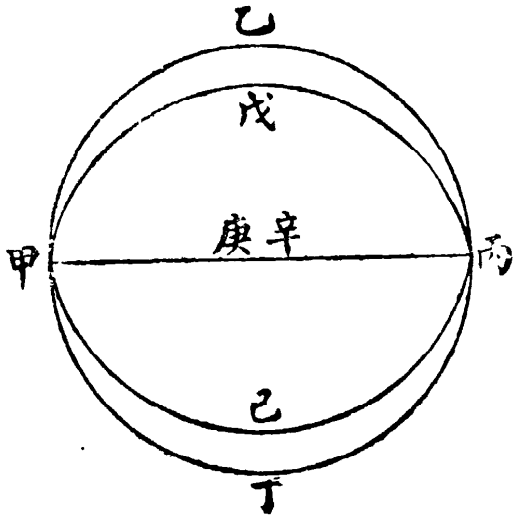
第十二題

兩圓外相切。以直線聯兩心。必過切界。

解曰。甲乙丙、丁乙戊、兩圓。外相切於乙。其甲乙丙心爲己。丁乙戊心爲庚。題言作己庚直線。必過乙。

論曰。如云不然。而己庚線、截兩圓界於戊、於丙。令於切界作乙己、乙庚、兩線。其乙己庚角形之己乙、乙庚、兩邊幷。大於己庚一邊。而乙庚與庚戊。乙己、與己丙。俱同心所出線。宜各等。卽庚戊、丙己、兩線幷。亦大於庚己一線矣。（一卷二十）夫庚己線。分爲庚戊、丙己。尙餘丙戊。而云庚戊、丙己。大於庚



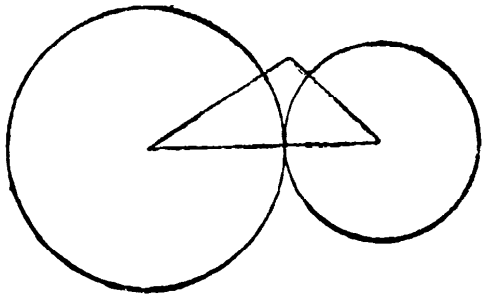


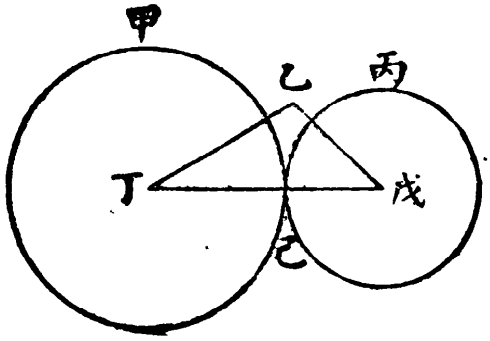
己．則分大於全也．故直線聯己庚．必過乙．

第十三題　二支

圜相切．不論內外．止以一點．

先論曰、甲乙丙丁、與甲戊丙己、兩圜．內相切．若云有兩點相切於甲、又於丙．令作直線、函兩圜心庚、辛、引出之．如前圖．宜至相切之甲、之丙．（本篇十一）則甲丙爲兩圜之同徑矣．而此徑線者．兩平分於庚．又兩平分於辛．何也．（一直線、止以一點兩平分．）若云庚辛引出直線．一抵甲．一截兩圜之界於癸、於壬．即如後圖．令從兩心、各作直線．至又相切之丙．次問之．甲乙丙丁圜之心．爲庚邪、辛邪．如曰庚也．而辛爲甲戊丙己之心．則丙庚辛角形之庚辛、辛丙、兩邊幷．大於庚丙一邊．（一卷十二）而庚辛、辛丙．與庚癸宜等．（辛癸辛丙．同圜心所出故．）即庚癸亦大於庚丙矣．夫庚丙與庚壬者．外圜同心所出等線也．將庚癸亦大於庚壬．可乎．如曰辛也．而庚爲甲戊丙己之心．則丙庚辛角形之辛庚、庚丙、兩邊幷．大於辛丙一邊．（一卷二十）而辛





丙。與辛甲、宜等。卽辛庚、庚丙。亦大於辛甲矣。此二率者。各減同用之辛庚。卽庚丙亦大於庚甲也。夫庚甲與庚丙者。亦同圜心所出等線也。而安有大小。

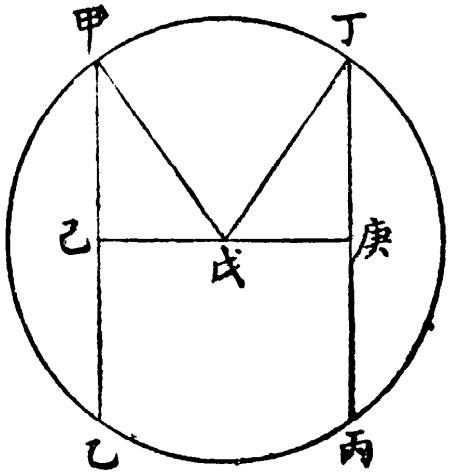
後論曰。甲乙、與乙丙、兩圜。外相切於己。從甲乙之丁心。丙乙之戊心。作直線相聯。必過己。（本篇十二）若云、又相切於乙。令自乙至丁、至戊。各作直線。其丁乙、乙戊、幷宜與丁戊等。而爲角形之兩腰。又宜大於丁戊。（一卷二十）則兩圜相切。安得兩點。

又後論曰。更令於兩相切之乙、之己。作直線相聯。其直線當在甲乙圜內。（本篇二）又當在乙丙圜內。何所置之。

第十四題　二支

圜內兩直線等。卽距心之遠近等。距心之遠近等。卽兩直線等。

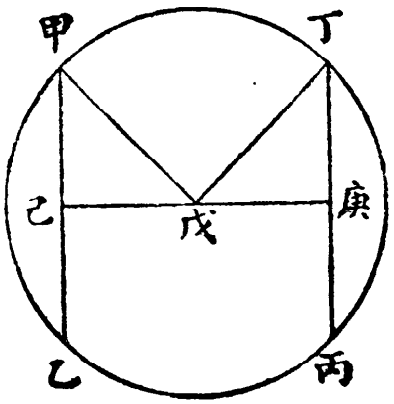
先解曰。甲乙丙丁圜。其心戊。圜內甲乙、丁丙、兩線等。題言兩線距戊心、遠近亦等。

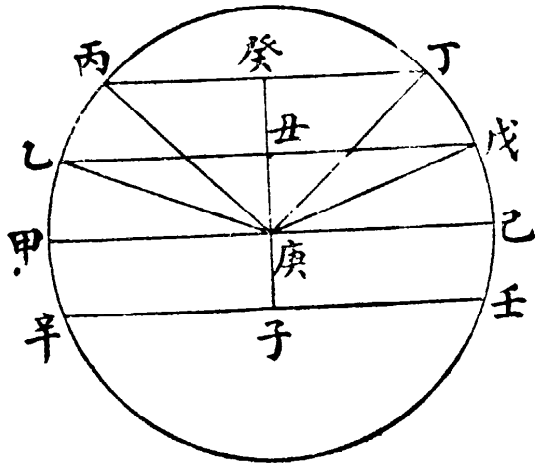


論曰．試從戊心向甲乙、作戊己．向丁丙、作戊庚、各垂線．次自丁、自甲、至戊．各作直線．其戊己、戊庚．既各分甲乙、丁丙、線爲兩平分．（本篇三）而甲乙、丁丙、等．則平分之甲己、丁庚、亦等．夫甲戊上直角方形．與甲己、己戊．上兩直角方形幷、等．（一卷四七）等甲戊之丁戊上直角方形．與丁庚、庚戊、上兩直角方形幷、等而甲己、丁庚、上兩直角方形既等．卽戊己、戊庚、上兩直角方形亦等．則戊己、戊庚、兩線亦等．是甲乙、丁丙、兩線距心之度等．（本卷界說四）

後解曰．甲乙、丁丙、兩線．距戊心、遠近等．題言甲乙、丁丙、兩線亦等．

論曰、依前論．從戊作戊己、戊庚、兩垂線．既等．（本卷界說四）而分甲乙、丁丙．各爲兩平分．（本篇三）其甲戊上直角





方形．與甲己、己戊、上兩直角方形幷、等．（一卷四七等）甲戊之丁戊上直角方形．與丁庚、庚戊、上兩直角方形幷、等．卽甲己、己戊、上兩直角方形幷．與丁庚、庚戊、上兩直角方形幷、亦等．此二率者．每減一相等之己戊、戊庚、上直角方形．卽所存甲己、丁庚、上兩直角方形、亦等．是甲己、丁庚、兩線等也．夫甲乙倍甲己．丁丙倍丁庚．其半等．其全必等．

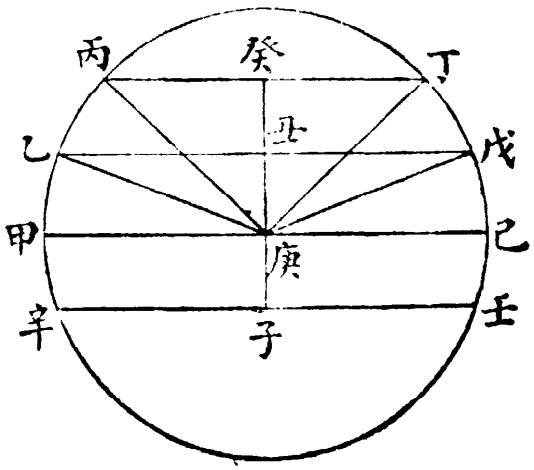
第十五題

徑爲圜內之大線．其餘線者．近心大於遠心．

解曰．甲乙丙丁戊己圜．其心庚．其徑甲己．其近心線爲辛壬．遠心線爲丙丁．題言甲己最大．辛壬近心．大於丙丁遠心．

論曰．試從庚向丙丁、作庚癸、向辛壬、作庚子、各垂線．其丙丁距心．遠於辛壬．卽庚癸大於庚子．（本卷界說四）次於庚癸線．截庚丑．與庚子等．次從丑作乙戊、爲庚癸之垂線．末於庚乙、庚丙、庚丁、庚戊．各作直線相聯．其庚丑、既等於庚子．卽

乙戊、與辛壬。各以垂線距心遠近等。（本卷界說四）而兩線亦等。（本篇十四）夫庚乙、庚戊、幷大於乙戊、（一卷二十）而與甲己等。卽甲己大於乙戊。亦大於辛壬矣。依顯甲己大於他線。則甲己最大。又乙庚戊角形之乙庚、庚戊、兩腰。與丙庚丁角形之丙庚、庚丁、兩腰等。而乙庚戊角、大於丙庚丁角。則乙戊底、大於丙丁底。（一卷廿四）故等乙戊之辛壬。亦大於丙丁也。是近心線大於遠心線也。

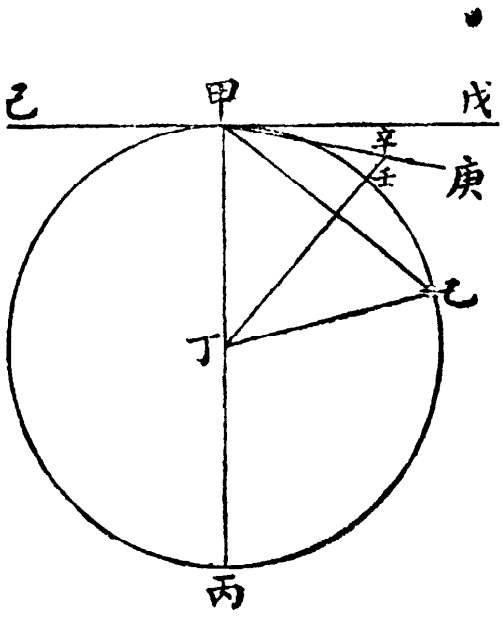


第十六題 三支

圜徑末之直角線。全在圜外。而直線偕圜界、所作切邊角。不得更作一直線、入其內。其半圜分角。大於各直線銳角。切邊角。小於各直線銳角。

先解曰．甲乙丙圓．丁爲心．甲丙爲徑．從甲、作甲丙之垂線．題言此線全在圓外．

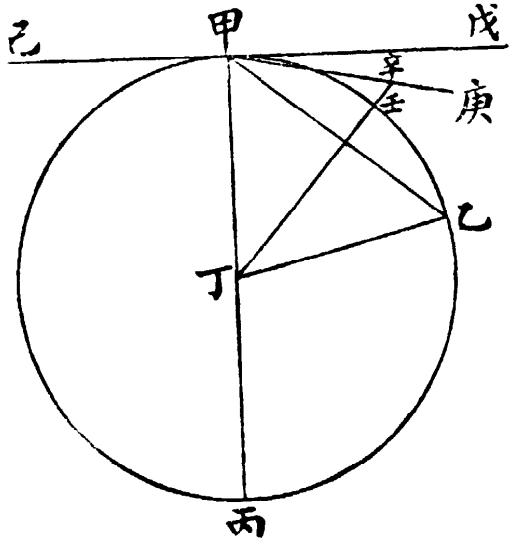
論曰．若言在內、如甲乙．令自丁至乙、作直線．卽丁甲乙、與丁乙甲兩角等．（一卷五）丁甲既爲直角．丁乙又爲直角乎．夫角形三角幷．等兩直角．（一卷十七）豈得形內自有兩直角也．則垂線必在圓外、若己戊．必不在圓內、若甲乙．又不在圓界之上．（如云在界．亦依此論．）故曰、全在圓外．



次解曰．題又言戊甲垂線、偕乙甲圓界、所作切邊角．不得更作一直線、入其內．

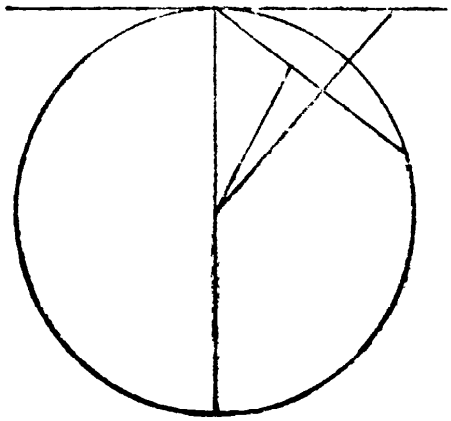
論曰．若云可作、如庚甲．令從丁心向庚甲、作丁辛．爲庚甲之垂線．（一卷十二）夫丁甲辛角形之丁甲辛、丁辛甲兩角幷．小於兩直角．（一卷十七）而丁辛甲爲直角．卽對小角之丁辛線．小於對大角之甲丁線矣．（一卷十九）甲

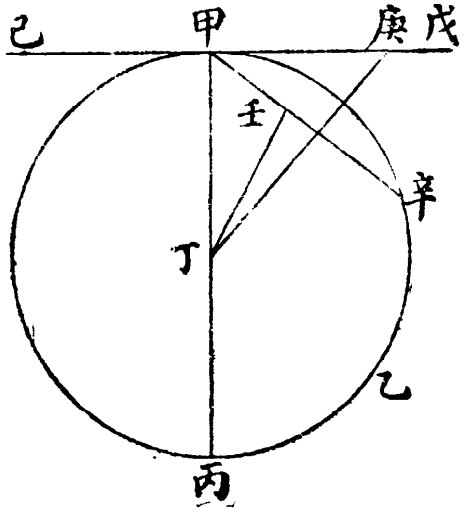
丁者。與丁壬爲同圓相等者也。將丁壬亦大於丁辛乎。則戊甲乙角之內。不得更作一直線。而戊甲之下。但有直線。必入本圓之內也。



後解曰。題又言丁甲垂線、偕乙甲圓界、所作切邊角。小於各直線銳角。

論曰。依前論。甲戊下有直線。既云必入圓內。卽此直線偕戊甲、所作各直線銳角。皆小於圓分角。而切邊角。小於各直線銳角。





系。己甲線。必切圓以一點。

增先解曰。甲乙丙圓。其心丁。其徑甲丙。從甲作戊甲。爲甲丙之垂線。題言戊甲全在圓外。

增正論曰。試於甲戊線內。任取一點爲庚。自庚至丁作直線。其甲丁庚角形之丁甲庚、甲庚丁兩角。小於兩直角。（一卷十七）而丁甲庚爲直角。卽丁庚甲小於直角。對大角之丁庚線。大於對小角之丁甲線矣。（一卷十九）則庚點在圓之外也。凡戊甲以內作點。皆依此論。故戊甲線全在圓外。

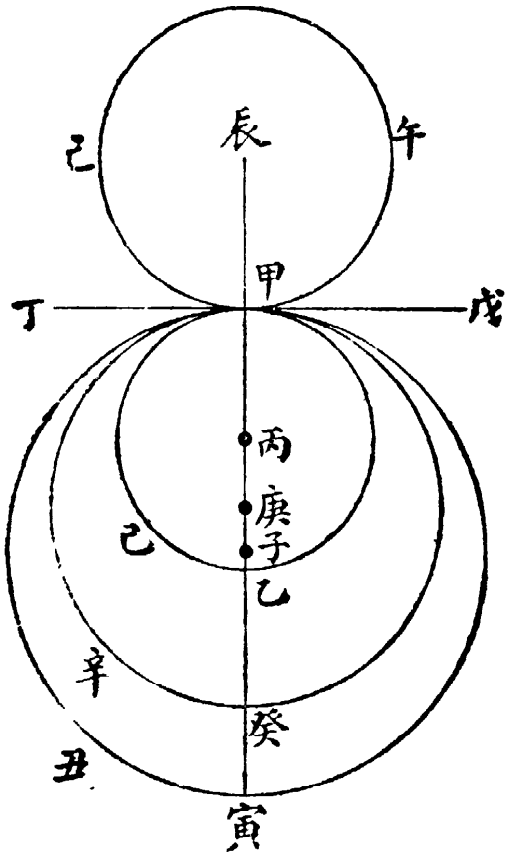
增次解曰。從甲作甲辛線、在戊甲之下。題言甲辛必割圓爲分。

增正論曰。試作甲丁壬角。與戊甲辛角等。其甲丁壬、辛甲丁兩角幷。等於戊甲丁直角。必小於兩直角。而丁壬、甲辛兩線必相遇。（公論十一）其相遇、又必在圓之內、如壬。何者。壬甲丁、壬丁甲兩角。既與一直角等。卽甲壬丁必爲直角。（一卷廿二）而對大角之甲丁線。必大於對小角之丁壬線矣。（一卷十九）夫

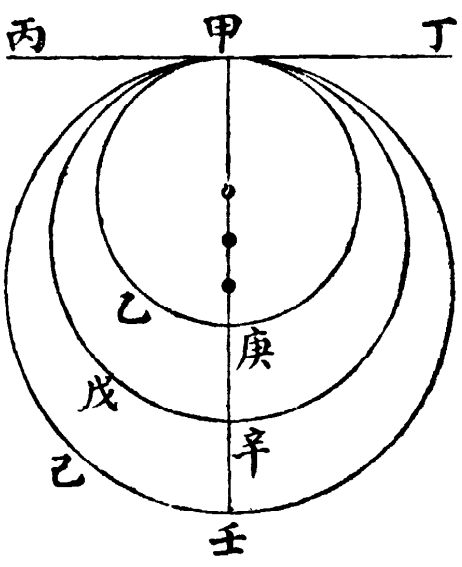
甲丁線、僅至圜界．則丁壬不能抵圜界．必在圜之內也．

後支前已正論

或難曰．切邊角．有大有小．何以畢不得兩分．向者聞幾何之分．不可窮盡．如莊子尺棰之義．深著明矣．今切邊之內有角．非幾何乎．此幾何．何獨不可分邪．又十卷第一題．言設一小幾何．又設一大幾何．若從大者半減之．減之又減．必至一處．小於所設小率．此題最明．無可疑者．今言切邊之角．小於直線銳角．是亦小幾何也．彼直線銳角．是亦大幾何也．若從直線銳角半減之．減之又減．何以終竟不得小於切邊角邪．既本題推顯切邊角中．不得容一直線．如此著明．便當幷無切邊角．無角．則無幾何．此則不可得分耳．且幾何原本書中．無有至大不可加之率．無有至小不可減之率．若切邊角不可分．豈非至小不可減乎．答曰．謬矣子之言也．有圜．有線．安得無切邊角．且既言直線銳角．大於切邊角．卽有切邊角矣．苟無角．安所較大小哉．且子言直線與圜界．幷無切邊角．則兩圜外相切．亦無角乎．曰．然．曰．試如作甲己乙圜．其心丙．而丁戊爲切線．卽丁甲己爲



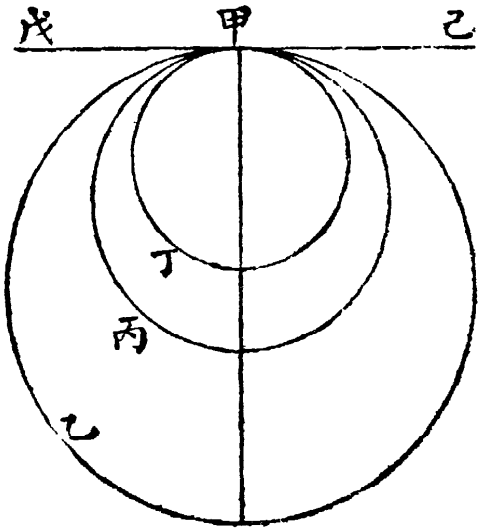
切邊角。次移心於庚。又作甲辛癸圜。卽丁甲辛爲切邊角。而小於丁甲己。次移心於子。又作甲丑寅圜。卽丁甲丑爲切邊角。而又小於丁甲辛。如是小之又小。疑無角焉。次又於切線之外。以辰爲心。作甲己午圜。而與前圜外相切於甲。依子所說。疑無角焉。然兩圜外相切。而以丁戊線分之。不可分乎。更自辰至寅作直線。截兩圜之界。而分丁戊爲兩平分。不可分乎。兩圜兩直線。交羅相遇於甲也。能不皆以一點乎。如以一點也。卽此一點之外。不能無空。卽不能不爲四切邊角矣。子所據尺棰之分無盡。又言幾何原本書中無至小不可減之率也。是也。夫切邊角。但不可以直線分之耳。若用圜線。則可分矣。如甲乙庚圜。與丙甲丁直線相切於甲。作丁甲庚切邊大角。若移一心。作甲戊辛圜。又得丁甲辛切邊角。卽小於丁甲庚也。又移一心。作甲己壬圜。又得丁甲壬切邊小角。卽又小於丁甲辛也。如此以至無窮。則切邊角分之無盡。何謂不可減邪。若十卷第一題所言。元無可疑。但以圜角分圜角。則與其說合矣。彼所言大小兩幾何者。謂夫能相較爲大。能相較爲小者也。如以直線分直線角。以圜線分圜線角。是已。此切邊角、與直線角。豈能相較爲大小哉。

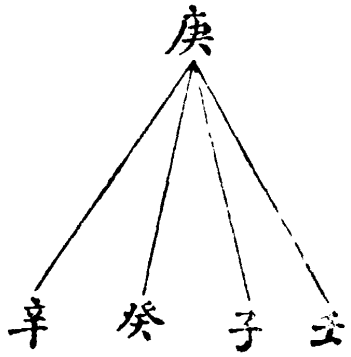


增題。有兩種幾何。一大、一小。以小率半增之。遞增至於無窮。以大率半減之。遞減至於無窮。其元大者

恆大。元小者恆小。

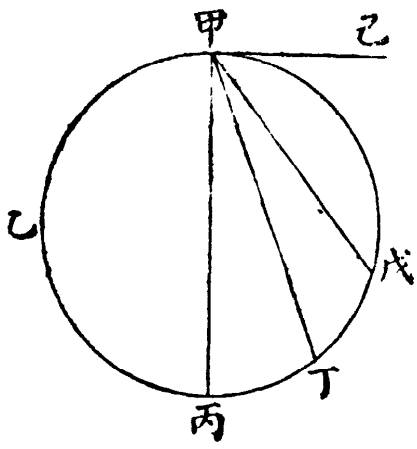
解曰。戊甲乙切邊角、爲小率。壬庚辛直線銳角、爲大率。今別作甲丙、甲丁、等圜。俱切戊己線於甲。其切邊角、愈增愈大如前論。別以庚癸、庚子、線作角。分壬庚辛角於庚。愈分愈小。然直線角恆大。切邊角恆小。乃至終古不得相比。





又增題。舊有一說。以一小率、加一大率之上。或以一大率、加一小率之上。不相離。逐線漸移之。必至一相等之處。又一說。有率大於此率者。有率小於此率者。則必有率等於此率者。昔人以爲皆公論也。若用以律本題。卽不可得。故今斥不爲公論。

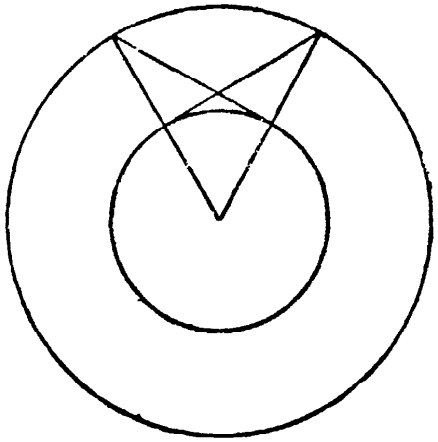
解曰甲乙丙圜其徑甲丙令甲丙之甲界定在於甲而引丙線、逐線漸移之向己其所經丁、戊、己及中間逐線所經無數然依本題論則甲丙所經凡割圜時皆爲銳角即小於半圜分角纔離銳角便爲直角即大於半圜分角是所經無數線終無有相等線可見前一舊說未爲公論又直線銳角皆小於半圜分角直角與鈍角皆大於半圜分角是有大者有小者終無等者可見後一舊說未爲公論也



第十七題

設一點、一圜求從點作切線

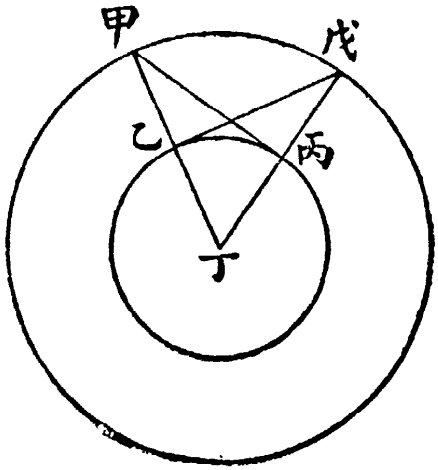
法曰甲點求作直線切乙丙圜其圜心丁先從甲作甲丁直線截乙丙圜於乙次以丁爲心甲爲界作甲戊圜次從乙作甲丁之垂線而遇甲戊圜於戊次作戊丁直線而截乙丙圜於丙末作甲丙直線即切乙丙圜於丙



論曰．乙戊丁角形之戊丁、丁乙、兩腰．與甲丙丁角形之甲丁、丁丙、兩腰各等．（一卷界說十五）丁角同．卽甲丙、乙戊、兩底亦等．（一卷四）而戊乙丁爲直角．卽甲丙丁亦直角．則甲丙、偕乙丙圓之半徑丁丙爲一直角矣．豈非圓之切線．（本篇十六之系）

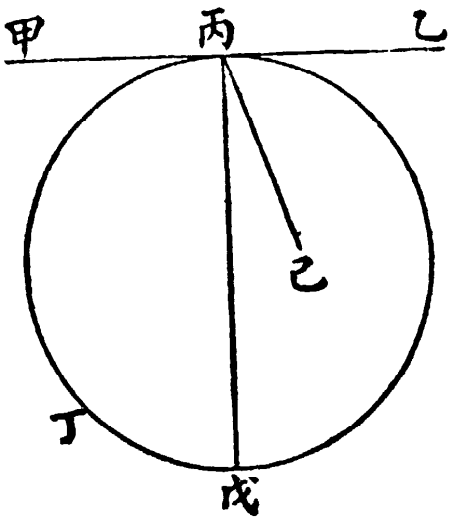
第十八題

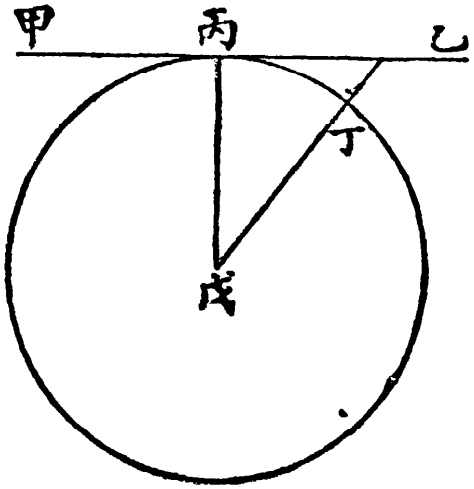
直線切圓．從圓心作直線、至切界．必爲切線之垂線．



解曰．甲乙直線．切丙丁圓於丙．從戊心至切界．作戊丙線．題言戊丙爲甲乙之垂線．

論曰．如云不然．令從戊別作垂線如至乙．而截丙丁圓於丁．其丙戊乙角形之戊乙丙．既爲直角．卽宜大於乙丙戊角．（一卷十七）而對大角之戊丙邊．宜大於對小角之戊乙邊矣．（一卷十九）夫戊丙、與戊丁、等也．戊丙





大於戊乙．則戊丁亦大於戊乙乎．

又論曰．若云丙非直角．卽其兩旁角、一銳一鈍．令乙丙戊爲銳角．則銳角乃大於半圓分角乎．（本篇十六）

第十九題

直線切圜．圜內作切線之垂線．則圜心必在垂線之內．

解曰．甲乙線切丙丁戊圜於丙．圜內作戊丙爲甲乙之垂線．題言圜心在戊丙線內．

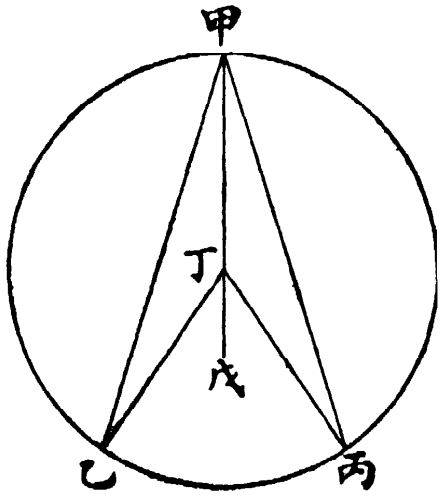
論曰．如云不然．心在於己．令從己作己丙直線．卽己丙亦爲甲乙之垂線．（本篇十八）而己丙甲、與戊丙甲、等爲直角．是全與其分等矣．

第二十題

負圜角與分圜角所負所分之圜分同．則分圜角、必倍大於負圜角．

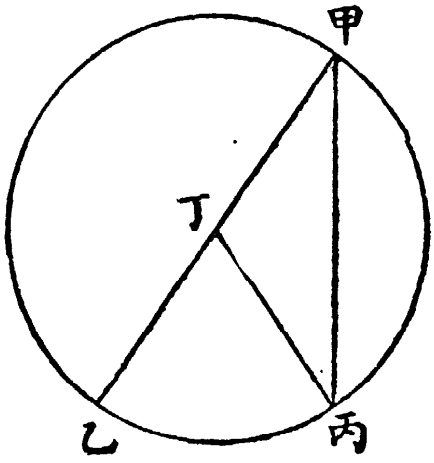
解曰．甲乙丙圜．其心丁．有乙丁丙分圜角．乙甲丙負圜角．同以乙丙圜分爲底．題言乙丁丙角．倍大於乙甲丙

角



先論分圓角、在乙甲、甲丙、之內者曰．如上圖．試從甲、過丁心、作甲戊線．其甲丁乙角形之丁甲、丁乙、乙甲、兩角等．（一卷四）而乙丁戊外角．與內相對兩角幷、等．（一卷廿二）即乙丁戊、倍大於乙甲丁矣．依顯丙丁戊、亦倍大於丙甲丁．則乙丁丙全角．亦倍大於乙甲丙全角．

次論分圓角、不在乙甲、甲丙之內、而甲乙線過丁心者、



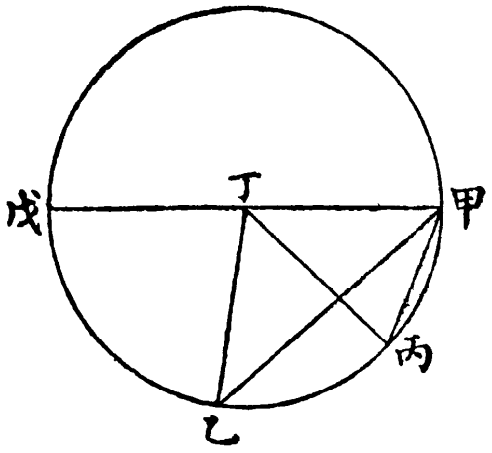
曰．如下圖．依前論、推顯乙丁丙外角．等於內相對之丁甲丙、丁丙甲、兩角幷．（一卷廿二）而丁甲、丁丙、兩腰等．（一卷五）則乙丁丙角．倍大於乙甲丙角．

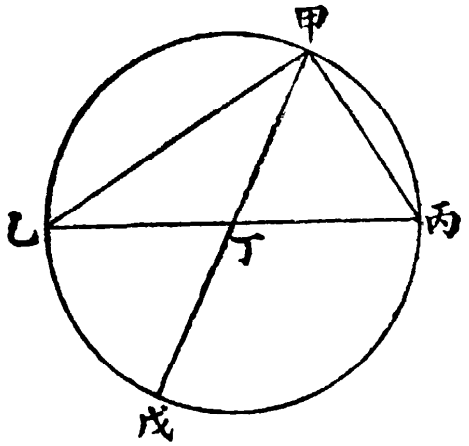
後論分圓角在負圓角線之外、而甲乙截丁丙者、曰．如下圖．試從甲過丁心、作甲戊線．其戊丁丙分圓角．與戊甲丙負圓角同以戊乙丙圓分爲底．如前次論戊丁丙角．倍大於戊甲丙角．依顯戊丁乙分圓角．亦倍大於戊甲乙負圓角．次於戊丁丙角、減戊丁乙角．戊甲丙角．減戊甲乙角．則所存乙丁丙角．必倍大於乙甲丙角．

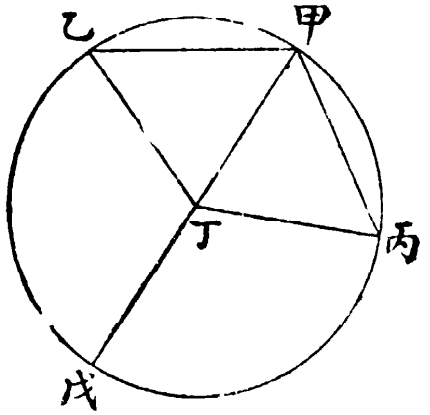
增．若乙丁、丁丙．不作角於心．或爲半圓．或小於半圓．則丁心外餘地．亦倍大於同底之負圓角．

論曰．試從甲過丁心、作甲戊線．即丁心外餘地、分爲乙丁戊、戊丁丙、兩角．依前論推顯此兩角．倍大於乙甲丁、丁甲丙、兩角．

第二十一題





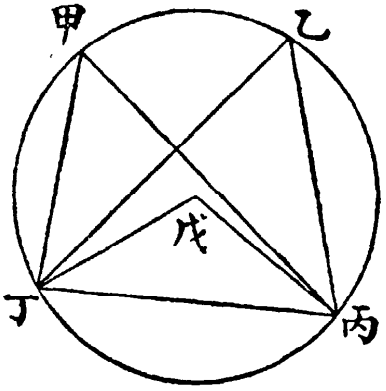


凡同圓分內、所作負圓角、俱等。

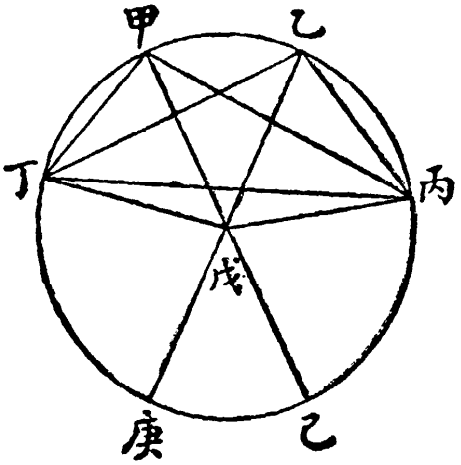
解曰。甲乙丙丁圓。其心戊。於丁甲乙丙圓分內。任作丁甲丙、丁乙丙兩角。題言此兩角等。

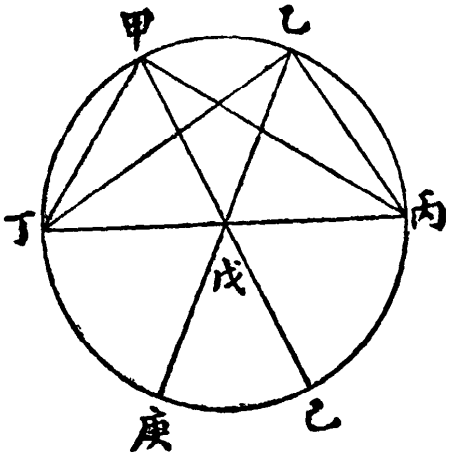
先論函心大分所作、曰。試從戊作戊丁、戊丙線。其丁戊丙分圓角。既倍大於丁甲丙角、丁乙丙角。（本篇二十）

即甲乙兩角自相等。（公論七）



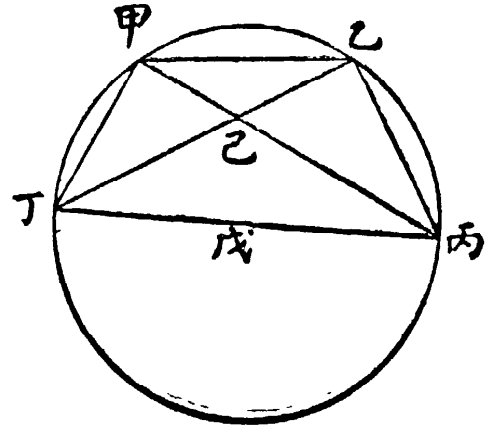
後論半圓分、不函心小分、所作、曰。丁甲乙丙。或爲半圓分。或爲不函心小分。俱從甲、從乙、過戊。作甲己、乙庚兩線。若不函心。更從戊作戊丁、戊丙兩線。其丁戊己分圓角。既倍大於丁甲己負圓角。（本篇二十）依顯丙戊己分圓角。亦倍大於丙甲己負圓角。而丁戊庚、庚戊己兩角。與丁戊己一角等。則丁戊庚、庚戊己、己戊丙、三角。必倍大於丁甲丙。依顯此三角、亦倍大於丁乙丙。則丁甲丙、丁乙丙兩角自相等。

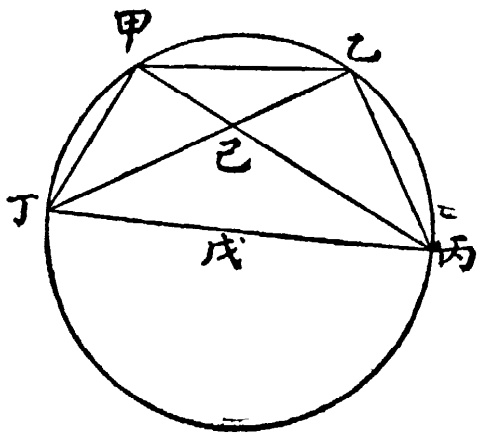

甲
乙
丁
丙
戊
庚
己


甲
乙
丁
丙
戊
庚
己

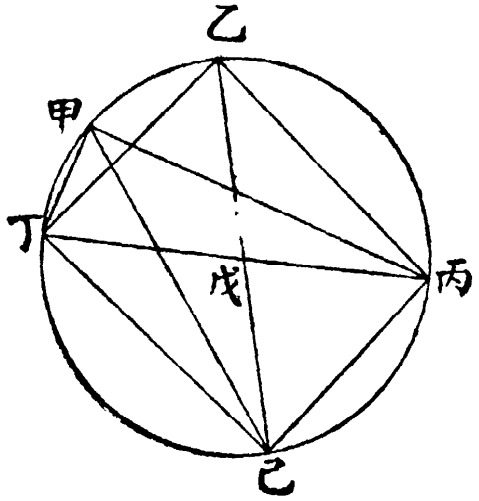
又後論曰。二十題增。言分圓不作角。其心外餘地。倍大於同底各負圓角。即各角自相等。

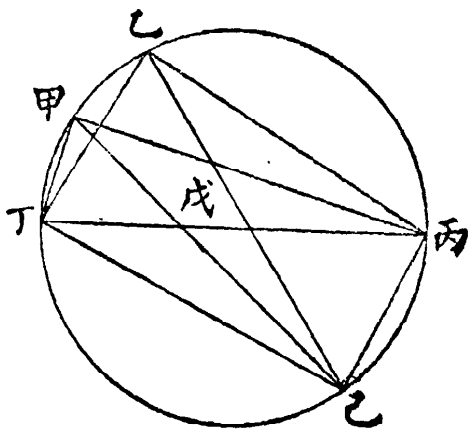
又後論曰。甲丙、乙丁線。交羅相遇爲己。試作甲乙線相聯。其甲丁己角形之三角幷。與乙丙己角形之三角幷、等。（一卷廿二次）每減一交角相等之甲己丁、乙己丙，（一卷十五）即己甲丁、己丁甲、兩角幷。與己丙乙、己乙丙、兩角幷、等矣。而甲丁乙、乙丙甲、兩角。同在甲丁丙乙函心大分內、又等。（本題第一論）則丁甲丙、與丙乙丁、亦等。

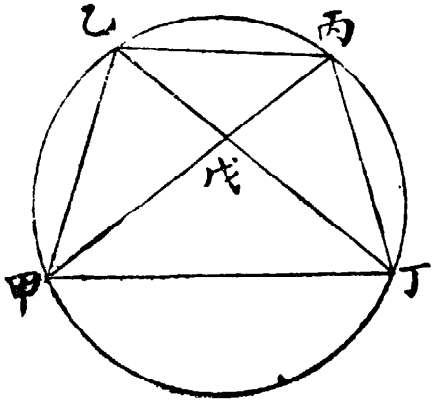


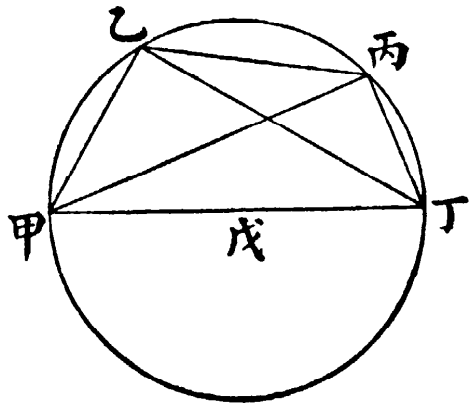


又後論曰。丁丙之外。任取一界爲己。作丁己、丙己、兩線。令俱函心。而丁甲乙丙己。與丙乙甲丁己。俱爲大分。次於甲己、乙己、各作直線相聯。其丁甲己、與丁乙己、兩角。同負丁甲乙丙己圓界。即等。（本題第一論）依顯丙乙己、與丙甲己、兩角。同負丙乙甲丁己圓界。又等。此二相等率幷之。則甲丙、丁乙丙、兩全角亦等。


乙
甲
丁
戊
丙
己


乙
甲
戊
丁
丙
己





第二十二題

圜內切界四邊形。每相對兩角幷。與兩直角等。

解曰。甲乙丙丁圜。其心戊。圜內有甲乙丙丁四邊形。題言甲乙丙、丙丁甲兩角幷。乙丙丁、丁甲乙兩角幷。各與兩直角等。

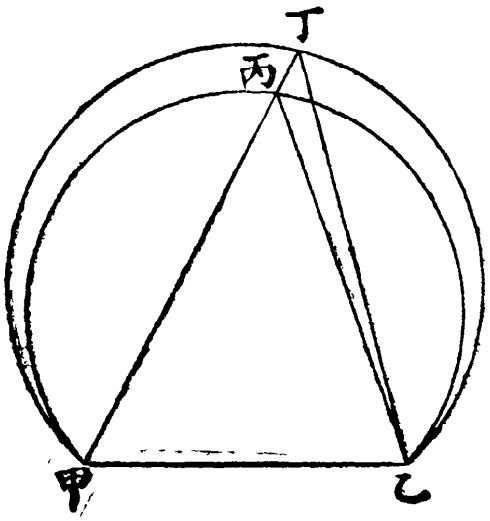
論曰。試作甲丙、乙丁兩對角線。其甲乙丁、甲丙丁、兩角。同負甲乙丙丁圜分。卽等。（本篇廿一）依顯丙甲丁、丙乙丁、兩角亦等。則甲乙丁、丙乙丁、兩角幷爲甲乙丙一角。與甲丙丁、丙甲丁兩角幷等。次每加一丙丁甲角。卽甲乙丙、丙丁甲幷。與甲丙丁、丙甲丁、丙丁甲、三角幷等。此三角幷。元與兩直角等。（一卷廿二）則甲乙丙、丙丁甲、相對兩角幷。與兩直角等。依顯乙丙丁、丁甲乙、幷亦與兩直角等。

第二十三題

一直線上、作兩圜分。不得相似而不相等。

論曰。如云不然。令於甲乙線上作同方兩圜分。相似而不

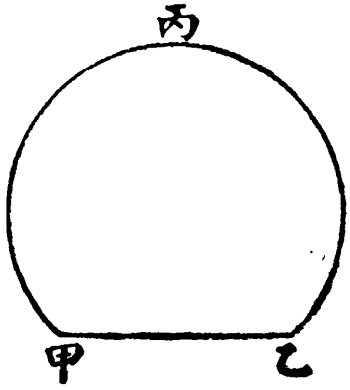
相等。必作甲丙乙。又作甲丁乙。其兩圜相交。止於甲、乙、兩點。十本篇即一圜分全在內。一圜分全在外矣。次令作甲丁線。截甲丙乙圜於丙。末令作丙乙、丁乙、兩線相聯。夫兩圜分相似者。其負圜角宜等。本卷界說十則乙丙甲外角。與相對之乙丁甲內角等乎。一卷十六



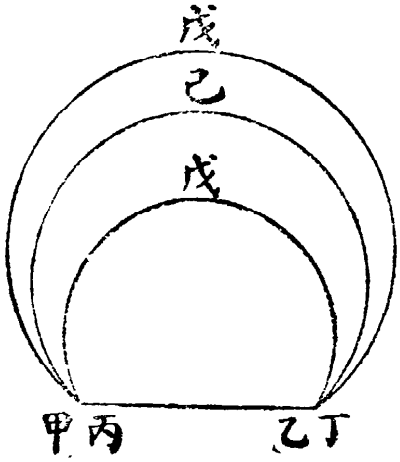
第二十四題

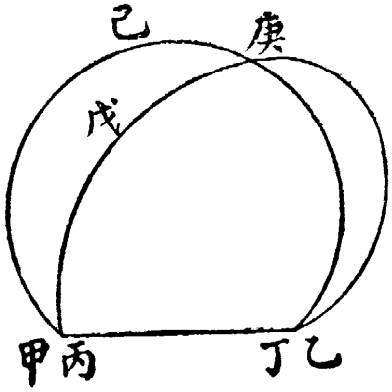
相等兩直線上。作相似兩圜分。必等。

解曰。甲乙、丙丁、兩線上。作甲丙乙、丙己丁、相似兩圜分。題言兩圜分等。



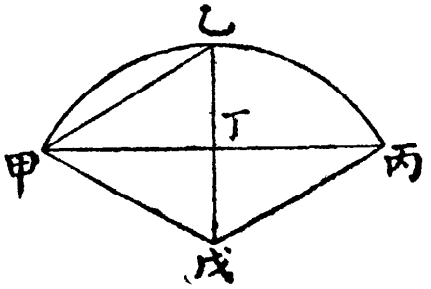
論曰．甲乙、丙丁、兩線既等．試以甲乙線、加丙丁線上、兩線必相合．即甲丙乙、丙己丁、兩圜分相加、亦相合．如云不然．必兩圜分相加．或在內．或在外．或半在內、半在外矣．若在內、在外．即一直線上．有兩圜分、相似而不相等也．（本篇廿三）若半在內、半在外．即兩圜三相交也．（本篇十）兩俱不可．故相似者必等．





第二十五題

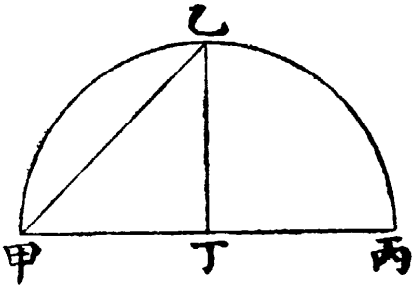
有圜之分求成圜。



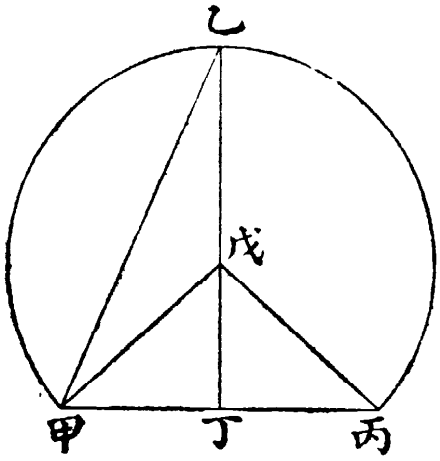
法曰。甲乙丙圜分。求成圜。先於分之兩端。作甲丙線。次作乙丁、爲甲丙之垂線。次作甲乙線相聯。其丁乙甲角。或大於丁甲乙角。或等。或小。若大。卽甲乙丙、當爲圜之小分。何也。乙丁分甲丙爲兩平分。卽知圜之心。必在乙丁線內。（本篇一之系）而心在丁點之外。則從丁點所出丁乙、爲不過心徑線至小。（本篇七）故對小邊之丁甲乙角。小於對大邊之丁乙甲角也。（一卷十八）卽作乙甲戊角、與丁乙甲角等。次從乙丁引出一線。與甲戊線遇於戊。卽戊爲圜心。

論曰。試從戊作戊丙線。其甲丁戊角形之甲丁線。與丙丁戊角形之丙丁線、等。丁戊同線。而甲丁戊、丙丁戊兩皆直角。卽對直角之甲戊、與戊丙、兩線等。（一卷四）夫甲戊、與乙戊、以對角等故、既等。（一卷六）戊丙、與甲戊、又等。則從戊至界、三線皆等。而戊爲心。（本篇九）

次法兼論曰。若丁乙甲、丁甲乙兩角等。卽甲乙丙爲半圜。而甲丙爲徑。丁爲心。何也。丁乙、丁甲、兩邊等。然後丁乙甲、丁甲乙、兩角等。（一卷五）今丁乙甲、丁甲乙、兩角既等。卽丁乙、丁甲、兩線必等。（一卷六）丁丙、元與丁甲等。則從丁所出三線等。而丁爲圜心。（本篇九）

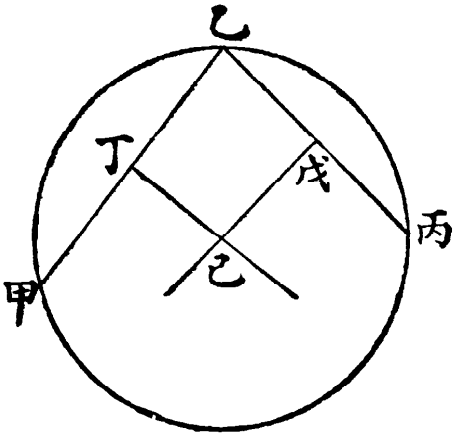


後法曰．若丁乙甲、小於丁甲乙．即甲乙丙、當爲圜大分．何也．乙丁分甲丙爲兩平分．即知圜心在乙丁線內．（本篇之系一）而丁點在心之外．則所出丁乙、爲過心徑線．至大．（本篇七）故對大邊之丁甲乙．大於對小邊之丁乙甲也．（一卷十八）即作乙甲戊角與丁乙甲角等．而甲戊線與乙丁線、遇於戊．即戊爲圜心．



論曰。試從戊作戊丙線。其甲丁戊角形之甲丁線。與丙丁戊角形之丙丁線等。丁戊同線。而甲丁戊、丙丁戊、兩皆直角。卽對直角之甲戊、戊丙、兩線亦等。（一卷四）夫乙戊與甲戊。以對角等故、既等。（一卷五）戊丙與甲戊亦等。則從戊至界、三線皆等。而戊爲心。（本篇九）

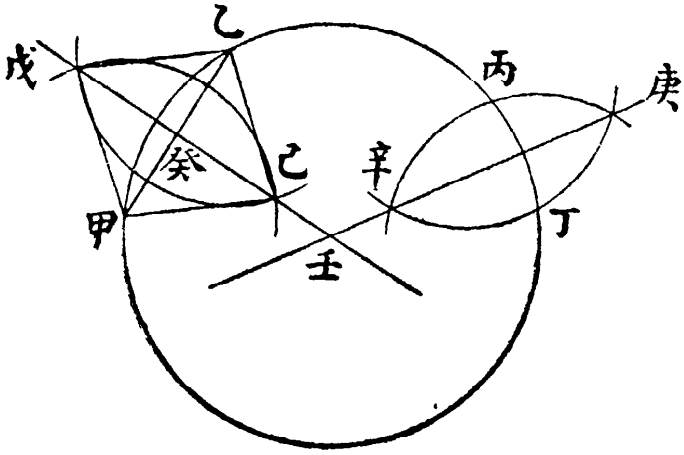
增。求圜分之心。有一簡法。於甲乙丙圜分。任取三點於甲、於乙、於丙。以兩直線聯之。各兩平分於丁、於戊。從丁、從戊、作甲乙乙丙、之各垂線。爲己丁、爲己戊。而相遇於己。卽己爲圜心。



論曰。己丁、己戊。既各以兩直角、平分甲乙、乙丙、兩線。卽圜之心、當在兩垂線內。（本篇一）而相遇於己。卽己爲圜心。

其用法。圜界上、任取四點、爲甲、爲乙、爲丙、爲丁。每兩點、各自爲心。相向、各任作圜分。四圜分、兩兩相交

於戊、於己、於庚、於辛．從戊己、從庚辛、各作直線、引長之．交於壬．卽壬爲圜心．



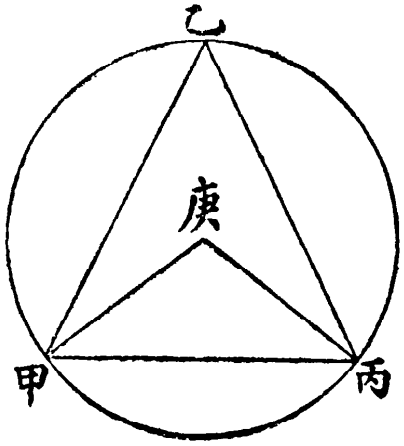
論曰．試作甲戊、戊乙、乙己、己甲、四直線．此四線、各爲同圜、等圜、之半徑．各等．卽甲戊己角形之甲戊己、甲己戊、兩角等．而乙戊己角形之乙戊己、乙己戊、兩角亦等．次作甲乙直線、分戊己於癸．卽甲己癸角形之甲己邊．與乙己癸角形之乙己邊等．己癸同邊．而對甲己癸角之甲癸邊、與對乙己癸角之乙癸邊、亦等．（八一卷）則甲癸己、乙癸己、俱爲直角．而戊己線必過心．（本篇一）依顯庚辛線亦過心．而相遇於壬、爲

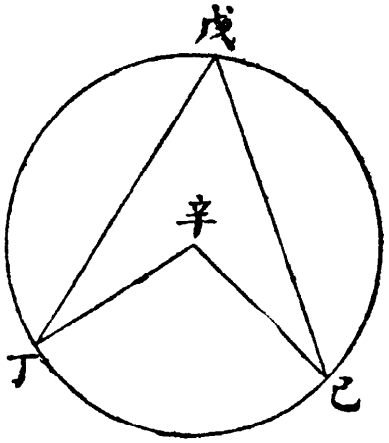
圓心.

第二十六題　二支

等圓之乘圓分角.或在心.或在界.等.其所乘之圓分亦等.

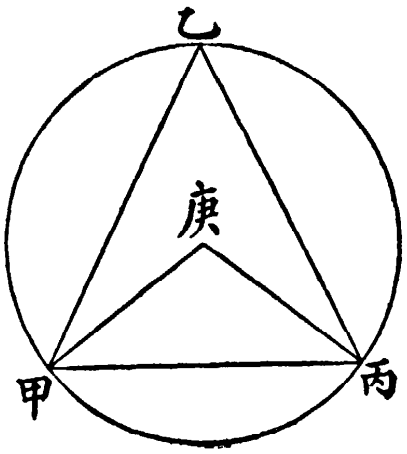
先解在心者.曰.甲乙丙、丁戊己、兩圓等.其心爲庚、爲辛.有甲庚丙、與丁辛己、兩乘圓角等.題言所乘之甲丙、丁己、兩圓分亦等.

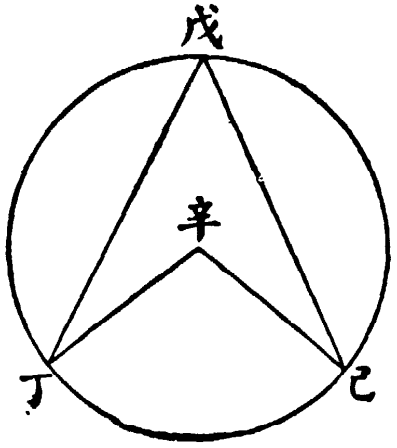




論曰.試於甲乙丙、丁戊己、兩圓分之上.任取兩點於乙、於戊.從乙作乙甲、乙丙.從戊作戊丁、戊己.各兩線.次作甲丙、丁己、兩線相聯.其乙、與戊、兩角.既各半於庚、辛、兩角.卽乙、與戊、自相等.本篇二十而所負甲乙丙、與丁戊己兩圓分相似.本卷界說十又甲庚丙角形之甲庚、庚丙、兩邊.與丁辛己角形之丁辛、辛己、兩邊.

各等。庚角與辛角又等。卽甲丙、與丁己、兩邊亦等。（本篇廿四）夫相等圜。減相等圜分。則所存甲丙、丁己、兩圜分亦等。故云、等角所乘之圜分等。





後解在界者、曰。兩圜之乙、與戊、兩乘圜角等。題言所乘之甲丙、丁己、兩圜分亦等。論曰。乙、戊、兩角既等。而庚、辛、兩角。各倍於乙、戊。卽庚、辛、自相等。（本篇二十）依前論甲丙、丁己、兩邊亦相等。而甲乙丙、與丁戊己、兩圜分亦等。（本篇廿四）今於相等圜。減相等圜分。則所存甲丙、丁己、兩圜分亦等。

注曰。後解極易明。蓋庚、辛、角既各倍於乙、戊。則依先論甲丙、丁己、自相等。（在心之乘圜角。卽分圜角。隨類異名。）

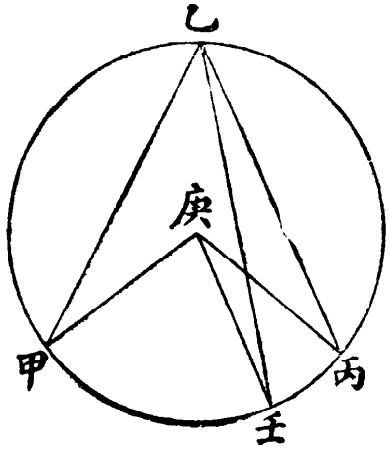
第二十七題 二支

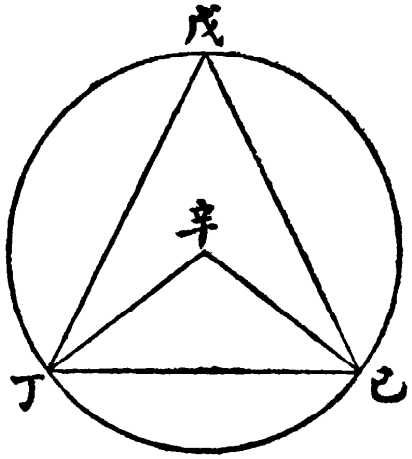
等圜之角、所乘圜分等。則其角、或在心。或在界。俱等。

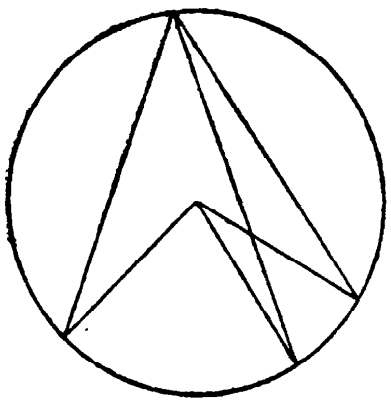
先解在心者、曰甲乙丙、丁戊己、兩圜等。其心爲庚、爲辛。若甲庚丙乘圜角所乘之甲丙分。與丁辛己所乘之丁己分等。題言甲庚丙、丁辛己、兩角等。

論曰。如云不然、而庚大於辛。令作甲庚壬角。與丁辛己角等。即甲壬圜分。宜與丁己圜分等。（本篇廿六）而甲丙與丁己元等。則甲壬與甲丙亦等乎。

後解在界者、曰甲丙、丁己、兩圜分等。題言其上乙、戊、兩角亦等。



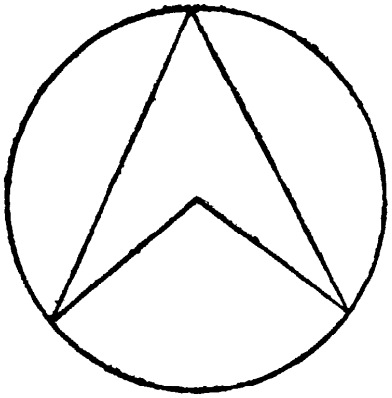


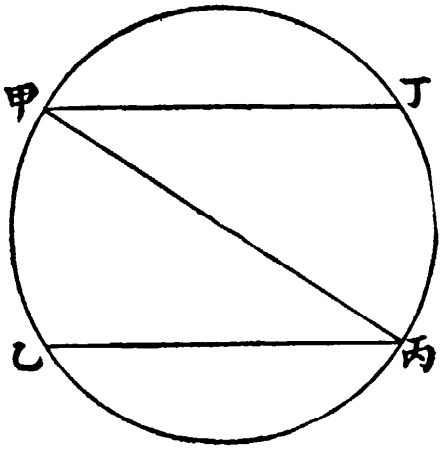


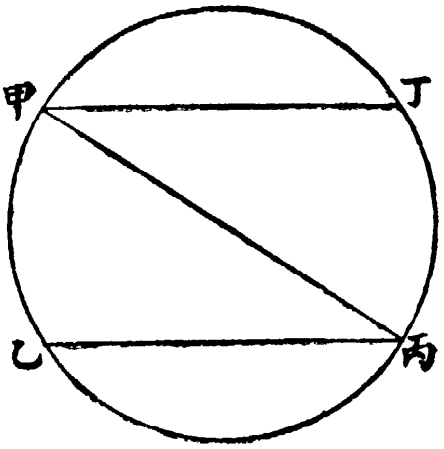
論曰。如云不然、而乙大於戊。令作甲乙壬角。與戊角等。其甲乙壬、與丁戊己、若等。即所乘之甲壬、丁己、宜等。（本篇廿六）而甲丙與丁己元等。則甲壬與甲丙亦等乎。

增題從此推顯、兩直線不相交、而在一圜之內。若兩線界相去之圜分等。則兩線必平行。若兩線平行。

則兩線界相去之圓分等.







先解曰. 甲乙丙丁圓內. 有甲丁、乙丙、兩線. 其相去之甲乙、丁丙、兩圓分等. 題言兩線必平行.

論曰. 試自甲至丙. 作直線相聯. 其甲乙、丁丙、既等. 卽甲丙乙、與丙甲丁、兩乘圓角亦等. 本題既內相對之兩角等. 卽兩線必平行. 一卷廿七.

後解曰. 甲丁、乙丙、爲平行線. 題言甲乙、丁丙、兩圓分必等.

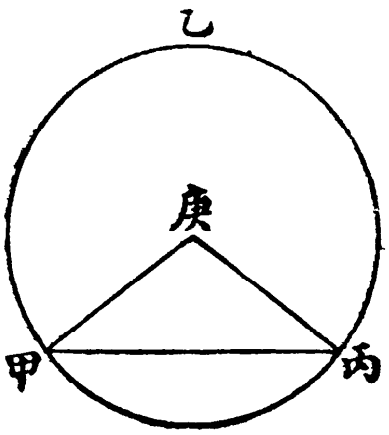
論曰. 試作甲丙線. 其甲丁、乙丙、既平行. 卽內相對之兩角

甲丙乙、丙甲丁、必等。（一卷廿七）而所乘圓分甲乙、丁丙、亦等。（本篇廿六。）

第二十八題

等圓內之直線等。則其割本圓之分。大與大。小與小。各等。

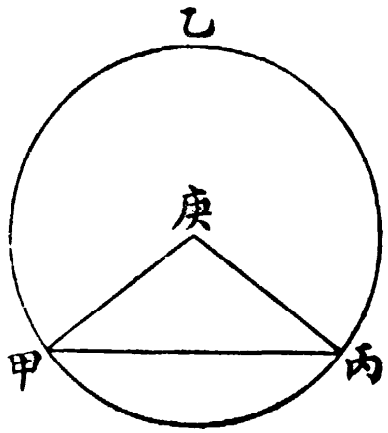
解曰。甲乙丙、丁戊己兩圓等。其心爲庚、爲辛。圓內有甲丙、丁己兩直線等。題言甲乙丙、與丁戊己兩大分、甲丙、與丁己兩小分。各等。

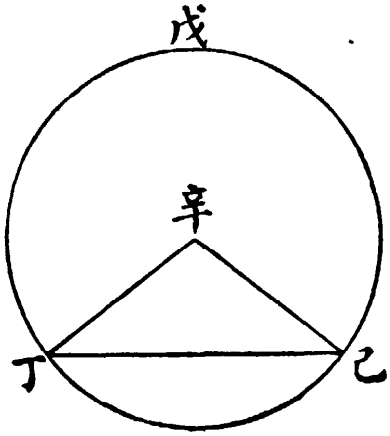


論曰。試於甲庚、庚丙、丁辛、辛己。各作直線。其甲庚丙角形之甲丙。與丁辛己角形之丁己。兩底既等。而甲庚、庚丙、兩腰。與丁辛、辛己、兩腰。又等。卽庚、辛、兩角亦等。（一卷八）其所乘之甲丙、丁己、兩小分必等。（本篇廿六）次減相等之甲丙、丁己、兩小分。則所存甲乙丙、丁戊己、兩大分亦等。

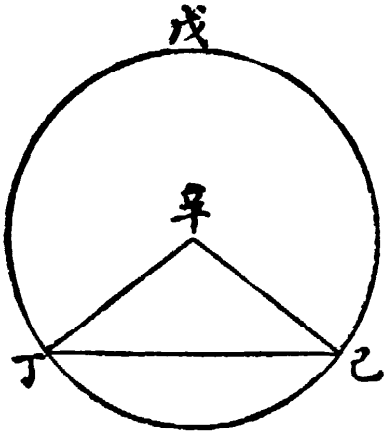
第二十九題

等圜之圜分等．則其割圜分之直線亦等．

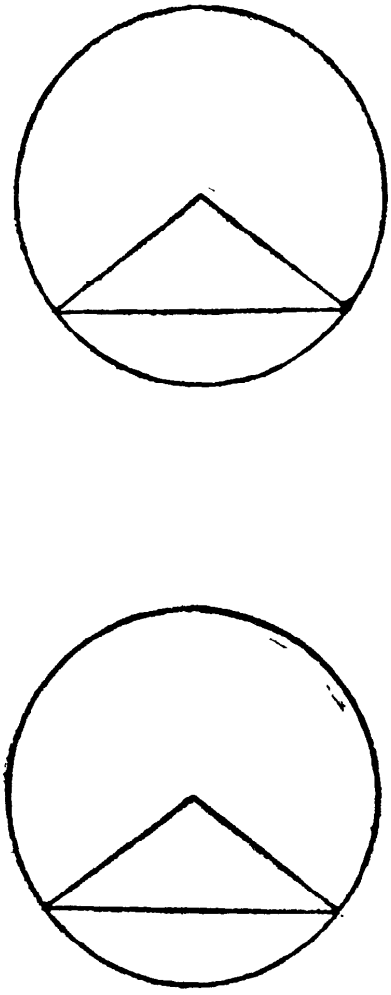




解曰．依前題、兩圜之甲乙丙、丁戊己、兩圜分等．而甲丙、丁己、兩圜分亦等．題言甲丙、丁己、兩線必等．



論曰。依前題、作四線。其甲庚丙角形之甲庚、庚丙、兩腰。與丁辛己角形之丁辛、辛己、兩腰等。而庚、辛、兩角所乘之甲丙、丁己、兩圜分等。卽庚、辛、兩角亦等。（本篇廿七）而對等角之甲丙、丁己、兩線必等。（一卷四）

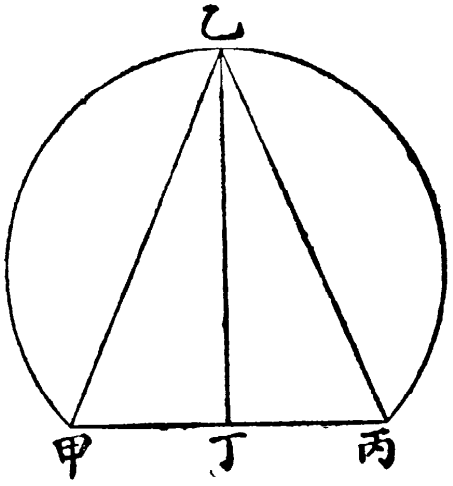


注曰。第二十六、至二十九、四題所說。俱等圜。其在同圜。亦依此論。

第三十題

有圜之分。求兩平分之。

法曰。甲乙丙圜分。求兩平分。先於分之兩界、作甲丙線。次兩平分於丁。從丁作乙丁、爲甲丙之垂線。卽乙丁分甲乙丙圜分爲兩平分。



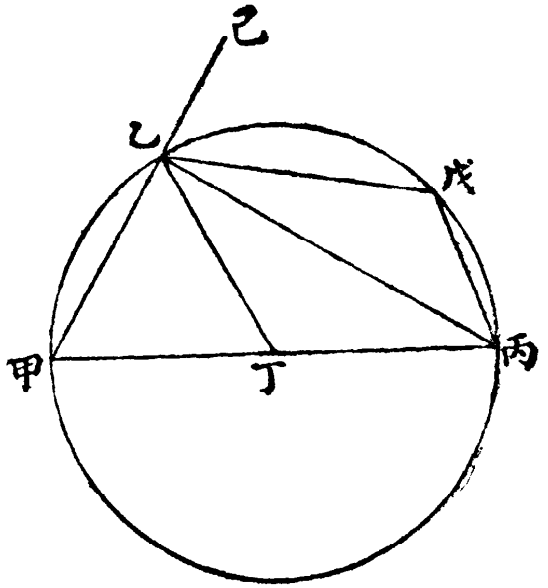
論曰．從乙作乙甲、乙丙、兩線．其甲乙丁角形之甲丁．與丙乙丁角形之丙丁．兩腰等．丁乙同腰．而甲丁乙、與丙丁乙、兩直角又等．即對直角之甲乙、乙丙、兩底亦等．（一卷四）而甲乙、與乙丙、兩圜分亦等．（本篇十八）則甲乙丙圜界、兩平分於乙矣．

第三十一題五支

負半圜角、必直角．負大分角、小於直角．負小分角、大於直角．大圜分角、大於直角．小圜分角、小於直角．

解曰．甲乙丙圜．其心丁．其徑甲丙．於半圜分內．任作甲乙丙角形．即甲乙丙角．負甲乙丙半圜分．乙甲丙角．負乙甲丙大分．又任作乙戊丙角．負乙戊丙小分．題先言負半圜之甲乙丙爲直角．二言負大分之乙甲丙角．小於直角．三言負小分之乙戊丙角．大於直角．四言丙乙甲大圜分角．大於直角．後言丙

乙戊小圜分角。小於直角。



先論曰。試作乙丁線。次以甲乙線引長之、至己。其丁乙己、丁甲乙兩角等。（一卷五）依顯丁乙丙、丁丙乙兩角亦等。而甲乙丙全角。與乙甲丙、甲丙乙兩角幷等。又己乙丙外角。亦與相對之乙甲丙、甲丙乙兩內角幷等。（一卷廿二）則己乙丙、與甲乙丙。等爲直角。

二論曰。甲乙丙角形之甲乙丙、既爲直角。則乙甲丙、小於直角。（一卷十七）

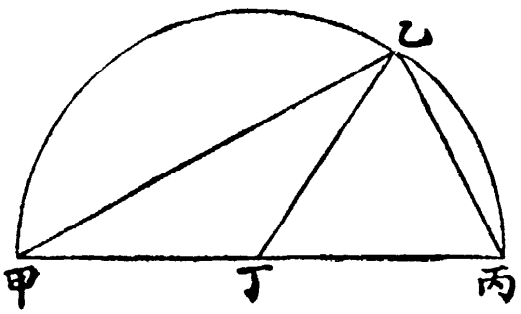
三論曰。甲乙戊丙四邊形。在圜之內。其乙甲丙、乙戊丙、相對兩角幷。等兩直角。（本篇廿二）而乙甲丙、小於直

角.則乙戊丙、大於直角.

四論曰.甲乙丙直角.爲丙乙甲大圜分角之分.則大於直角.

後論曰.丙乙戊小圜分角.爲己乙丙直角之分.則小於直角.

此題別有四解四論.先解曰.甲乙丙半圜.其心丁.其上任作甲乙丙角.題言此爲直角.

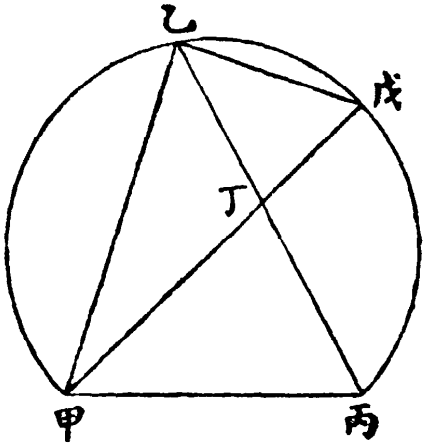


論曰.試作乙丁線.其丁乙、丁甲、兩線既等.卽丁乙甲、丁甲乙、兩角亦等.(一卷五)而乙丁丙外角.既與丁乙甲、丁甲乙、相對之兩內角幷等.(一卷卅二)卽倍大於丁乙甲角.依顯乙丁甲外角.亦倍大於丁乙丙角.卽乙丁甲、乙丁丙、兩角幷.亦倍大於甲乙丙角.夫乙丁甲、乙丁丙、幷等兩直角.(一卷十三)則甲乙丙爲直角.

二解曰。甲乙丙大圜分。其心丁。任作甲乙丙角。題言此小於直角。

論曰。試作甲丁戊徑線。次作乙戊線相聯。其甲乙戊、既爲直角。本題一論即甲乙丙爲其分、而小於直角。

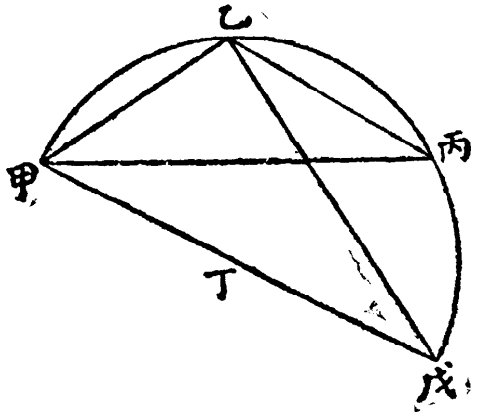
三解曰。甲乙丙小圜分。其心丁。任作甲乙丙角。題言此大於直角。

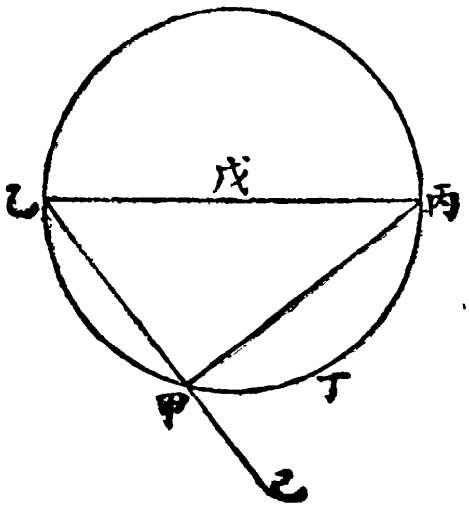


論曰。試作甲丁戊徑線。而引乙丙圜界至戊。次作乙戊線。其甲乙戊、既負半圜之直角。而爲甲乙丙角之分。則甲乙丙大於直角。

四、五、合解曰。甲乙丙大圜分。丙丁甲小圜分。其心戊。

題言丙甲乙大圜分角、大於直角。丙甲丁小圜分角、小於直角。





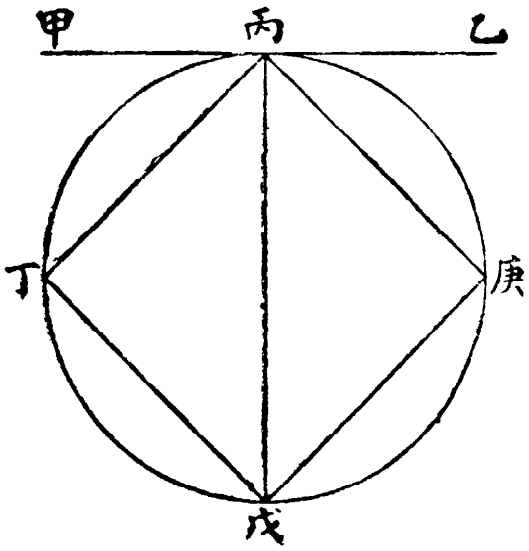
論曰．試作乙戊丙徑線．次作乙甲線、引長之、至己．其乙甲丙直角．爲丙甲乙大圜分角之分．而丙甲丁小圜分角．又爲己甲丙直角之分．則大分角、大於直角．小分角、小於直角．

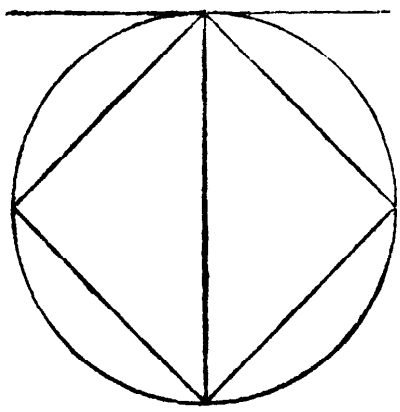
一系．凡角形之內．一角與兩角幷等．其一角必直角．何者．其外角與內相對之兩角等．則與外角等之內交角．豈非直角．

二系．大分之角．大於直角．小分之角．小於直角．終無有角等於直角．又從小過大．從大過小．終無相等．係此題四五論、甚明．與本篇十六題增注、互相發也．

第三十二題

直線切圜．從切界、任作直線、割圜爲兩分．分內、各任爲負圜角．其切線與割線、所作兩角．與兩負圜角．交





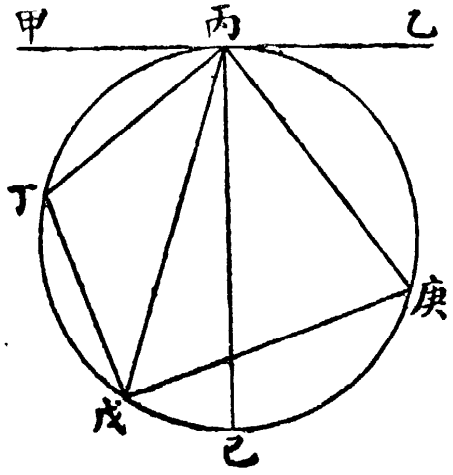
互相等.

解曰. 甲乙線. 切丙丁戊圜於丙. 從丙任作丙戊直線. 割圜爲兩分. 兩分內. 任作丙丁戊、丙庚戊、兩負圜角. 題言甲丙戊角、與丙庚戊角. 乙丙戊角、與丙丁戊角. 交互相等.

先論割圜線過心者、曰. 如前圜. 甲丙戊、乙丙戊、兩皆直角. (一卷十八) 而丙庚戊、丙丁戊、兩負半圜角. 亦皆直角. (本篇廿一) 則交互相等.

後論割圜線不過心者、曰. 如後圖. 試作丙己過心直線. 次作戊己線相聯. 其己丙、爲甲乙之垂線. (一卷十八) 而丙戊己、爲直角、(本篇廿一) 卽戊丙己、戊己丙、兩角幷. 等於一直角. 亦等於甲丙己角矣. 此兩率者. 各減同用之戊丙己角. 卽所存戊己丙、與甲丙戊、等也. 夫戊己丙、與丙庚戊、元等. (本篇廿一) 則甲丙戊、與丙庚戊、交互相等. 又丙丁戊庚四邊形之丙丁戊、丙庚戊、兩對角幷. 等兩直角. (本篇廿二) 而甲

丙戊、乙丙戊、兩交角亦等兩直角．十三卷此二率者．各減一相等之甲丙戊、丙庚戊．則所存丙丁戊、乙丙戊、亦交互相等．



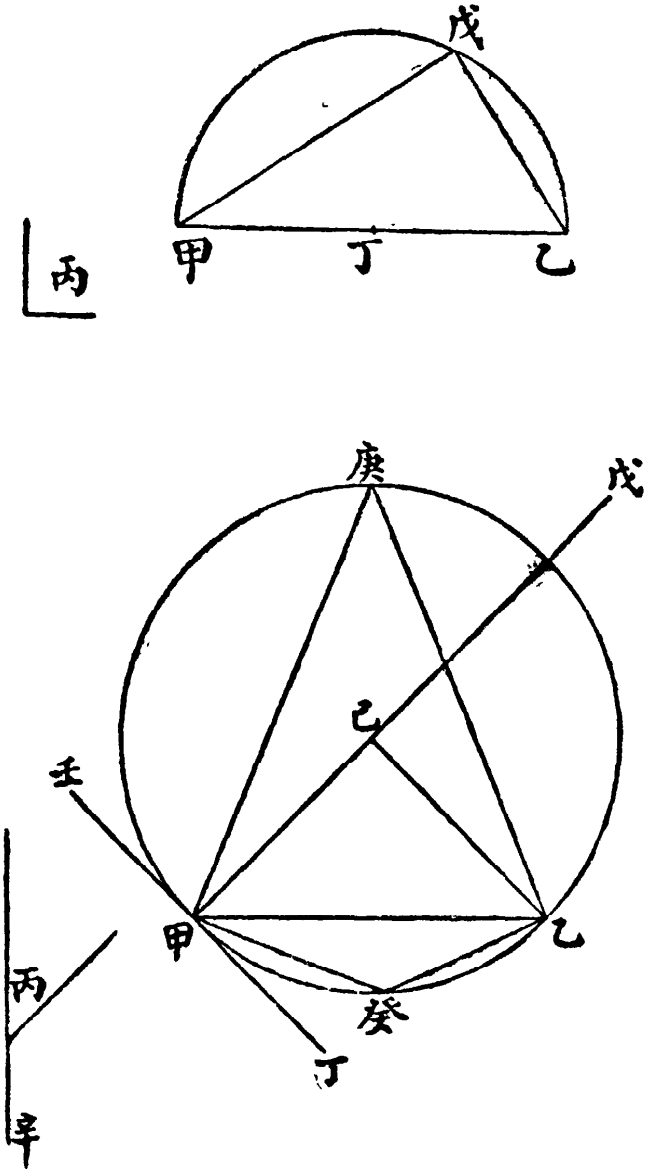
第三十三題

一線上、求作圜分．而負圜分角、與所設直線角等．

先法曰．設甲乙線．丙角．求線上作圜分．而負圜分角、與丙等．其丙角．或直、或銳、或鈍．若直角．先以甲乙、兩平分於丁．次以丁爲心．甲乙、爲界．作半圜．圜分內作甲戊乙角．卽負半圜角．爲直角．本篇卅一如所求．

次法曰．若設丙銳角．先於甲點上、作丁甲乙銳角、與丙等．次作戊甲、爲甲丁之垂線、於甲乙之上．次作己乙甲角．與己甲乙角等．而乙己線、與甲戊線、遇於己．卽己乙、己甲、兩線等．一卷六末以己爲心．甲爲界．

作甲庚圜。必過乙。卽甲庚乙圜分內、甲乙線上、所作負圜角、必爲銳角、而與丙等。



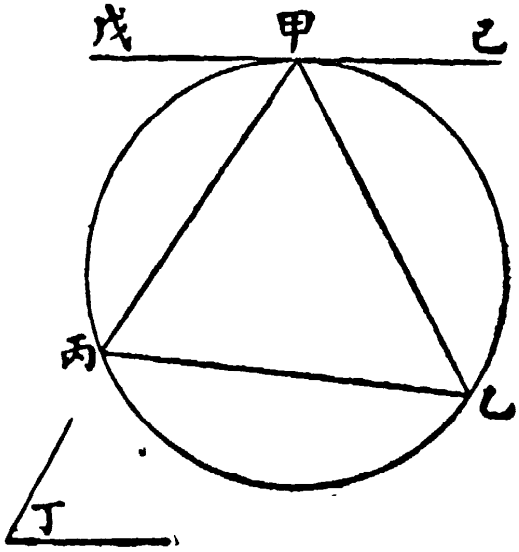
論曰。試作甲庚乙角。其甲己戊線。過己心。而丁甲又爲戊甲之垂線。卽丁甲線、切甲庚乙圜於甲。（本篇十六）之系則丁甲乙、與甲庚乙、兩角。交互相等。（本篇廿二）如所求。

後法曰。若設辛鈍角。依前作壬甲乙鈍角。與辛等。次作戊甲、爲壬甲之垂線。餘倣第二法。而於甲乙線上作甲癸乙角。卽與辛等。

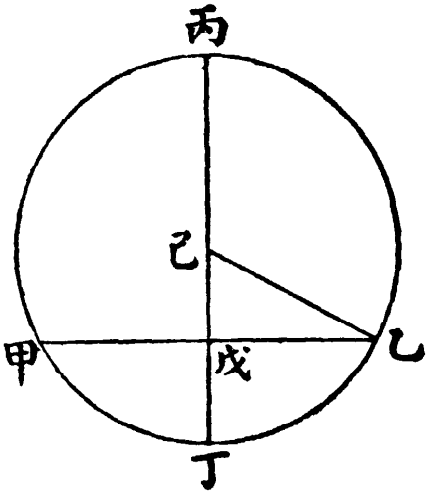
後論同次

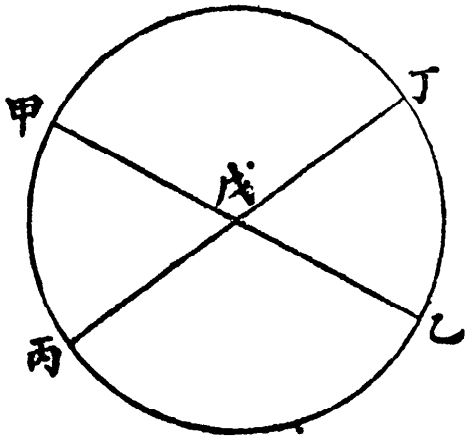
第三十四題

設圜。求割一分。而負圜分角、與所設直線角等。



法曰。設甲乙丙圜。求割一分。而負圜分角、與丁等。先作戊己直線。切圜於甲。（本篇十七）次作己甲乙角。與丁等。即割圜之甲乙線上、所作甲丙乙角。負甲丙乙圜分、而與丁等。何者。己甲乙角、與丁等。亦與甲丙乙、交互相等、故（本篇廿二）



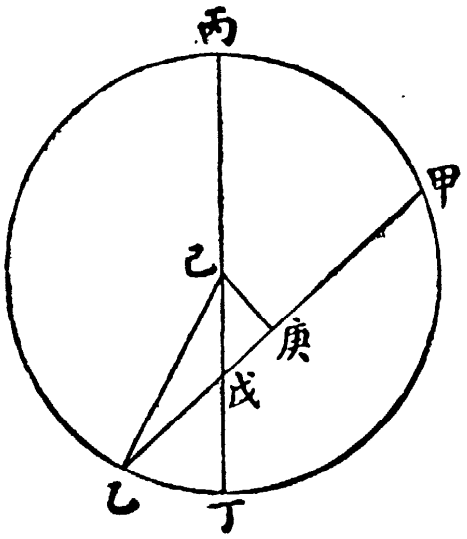


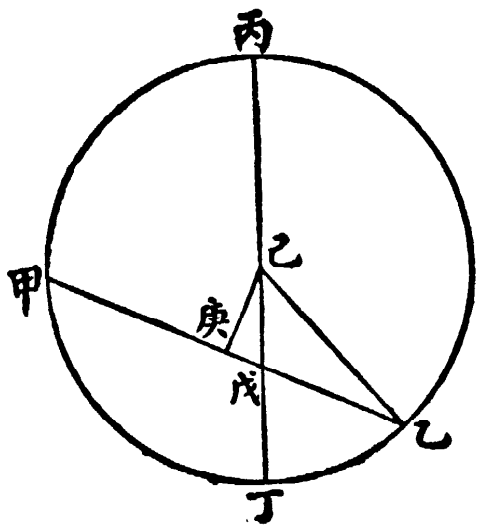
第三十五題

圜內兩直線交而相分各兩分線矩內直角形等

解曰甲丙乙丁圜內有甲乙丙丁兩線交而相分於戊題言甲戊偕戊乙與丙戊偕戊丁兩矩內直角形等其兩線或俱過心或一過心一不過心或俱不過心者其各分四線等即兩矩內直角形亦等

先論曰圜內線獨丙丁過己心者又有二種其一丙丁平分甲乙線於戊即丙戊線在甲乙上爲兩直角（本篇三）試作己乙線相聯其丙丁線既兩平分於己又任兩分於戊即丙戊偕戊丁矩內直角形及己戊上直角方形幷與等己丁之己乙上直角方形等（二卷五）夫己乙上直角方形與己戊戊乙上兩直角方形幷等（一卷四七）即丙戊偕戊丁矩內直角形及己戊上直角方形幷與己戊戊乙上兩直角方形幷亦等矣次每減同用之己戊上直角方形則所存丙戊偕戊丁矩內直角形不與戊乙上直角方形等乎戊乙與甲戊既等即甲戊偕戊

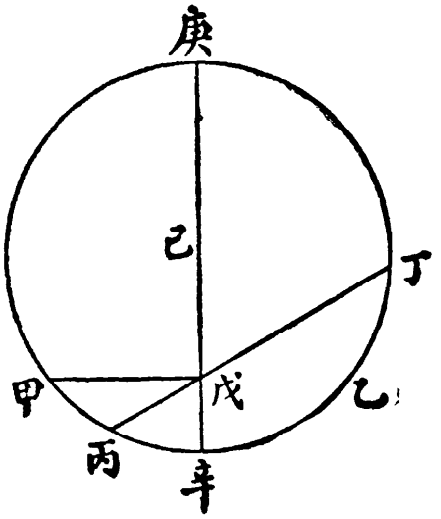


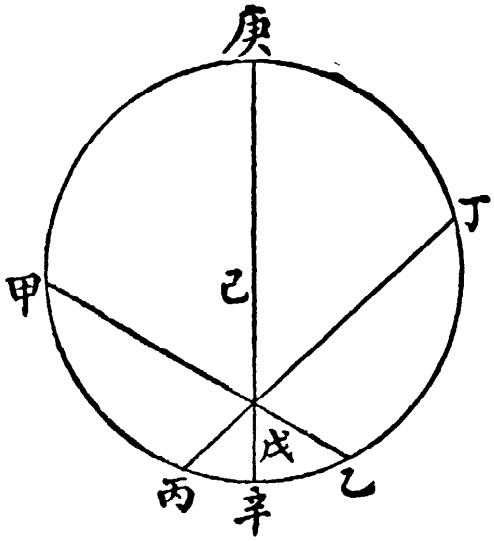


乙、矩內直角形．與丙戊偕戊丁、矩內直角形、亦等．

次論曰．若丙丁任分甲乙線於戊．卽以甲乙線、兩平分於庚．次於庚己、己乙、各作直線相聯．卽己庚爲甲乙之垂線．而成兩直角．（本篇三）其丙戊偕戊丁、矩內直角形、及己戊上直角方形、幷．與等己丁之己乙上直角方形等．（二卷五）而己戊上直角方形．與己庚、庚戊、上兩直角方形、幷、等．（一卷四七）己乙上直角方形．與己庚、庚乙、上兩直角方形、幷、亦等．則丙戊偕戊丁、矩內直角形、及己庚、庚戊、上兩直角方形、幷．與己庚、庚乙、上兩直角方形幷、等．次每減同用之己庚上直角方形．卽所存丙戊偕戊丁．矩內直角形、及庚戊上直角方形．不與庚乙上直角方形等乎．夫甲戊偕戊乙、矩內直角形、及庚戊上直角方形、幷．亦與庚乙上直角方形等．（二卷五）此二相等率者．每減同用之庚戊上直角方形．則丙戊偕戊丁．與甲戊偕戊乙．兩矩內直角形等矣．

後論曰。圓內兩線俱不過心者。又有二種。或一線平分。或兩俱任分。皆從己心與戊相聯作直線、引長之、爲庚辛線。依上論、甲戊偕戊乙、矩內直角形。不論甲乙線、平分、任分。皆與過心之庚戊偕戊辛、矩內直角形等。又依上論、丙戊偕戊丁、矩內直角形。不論丙丁線、平分、任分。亦與過心之庚戊偕戊辛、矩內直角形等。則甲戊偕戊乙。與丙戊偕戊丁。兩矩內直角形等。

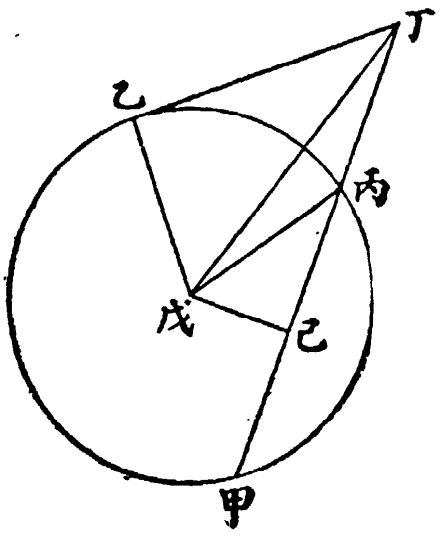


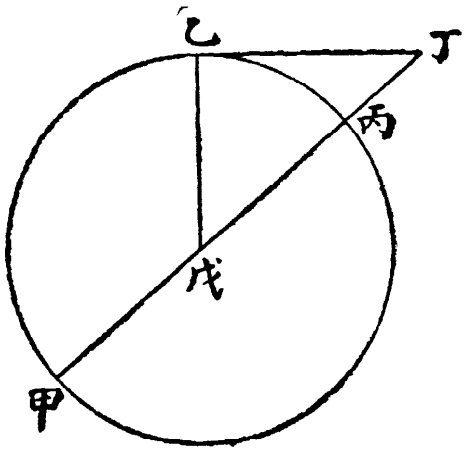


第三十六題

圓外任取一點。從點出兩直線。一切圓。一割圓。共割圓之全線、偕規外線、矩內直角形。與切圓線上直角方形等。

解曰。甲乙丙圓外。任取丁點。從丁作丁乙線。切圓於乙。本篇十七作丁甲線。截圓界於丙。題言甲丁偕丙丁、



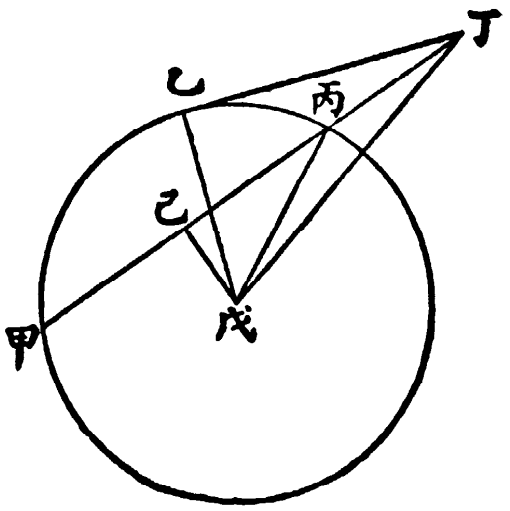


矩內直角形。與丁乙上直角方形等。

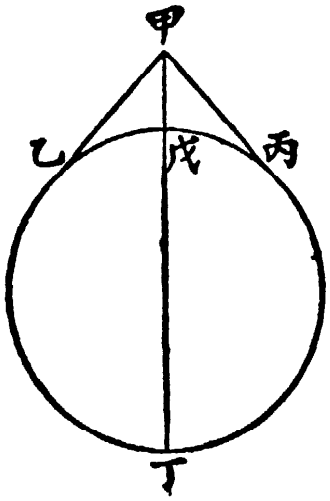
先論丁甲過戊心者、曰。試作乙戊線、爲丁乙之垂線。本篇十八其甲丙線平分於戊。又引出一丙丁線。卽甲丁偕丙丁、矩內直角形、及等戊丙之戊乙上直角方形、幷。與戊丁上直角方形、等。二卷六而戊丁上直角方形。與戊乙、丁乙、上兩直角方形幷、等。一卷四七卽甲丁偕丙丁、矩內直角形、及戊乙上直角方形。與戊乙、丁乙、上兩直角方形幷等。此兩率者。每減同用之戊乙上直角方形。則所存甲丁偕丙丁、矩內直角形。與丁乙上直角方形等。

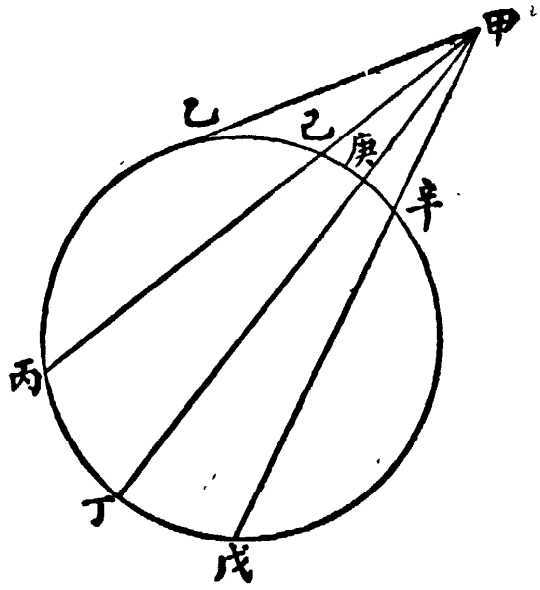
後論丁甲不過戊心者、曰。試以甲丙線、兩平分於己。次從戊心、作戊己、戊丙、戊丁、戊乙、四線。卽戊乙爲丁乙之垂線。本篇十八戊己爲甲丙之垂線。本篇三其甲丙線、既兩平分於己。又引出一丙丁線。卽甲丁偕丁丙、矩內直角形、及己丙上直角方形、幷。與己丁上直角方形等。二卷六次每加一戊己上直角方形。卽甲丁偕丁丙、矩內直角形、

及己丙、戊己、上兩直角方形幷。與己丁、戊己、上兩直角方形幷等。夫己丙、戊己、上兩直角方形幷。與等戊丙之戊乙上直角方形等。（一卷四七）而戊丁上直角方形。與己丁、戊己上兩直角方形幷等。卽甲丁偕丁丙、矩內直角形、及戊乙上直角方形。與戊丁上直角方形等矣。又戊丁上直角方形。與戊乙、丁乙、上兩直角方形幷等。卽甲丁偕丁丙、矩內直角形、及戊乙上直角方形。幷與戊乙、丁乙、上兩直角方形幷等。次每減同用之戊乙上直角方形。則所存甲丁偕丁丙、矩內直角形。與丁乙上直角方形等。



一系。若從圓外一點、作數線、至規內。各全線偕規外線、矩內直角形。俱等。如從甲、作甲丙、甲丁、甲戊、各

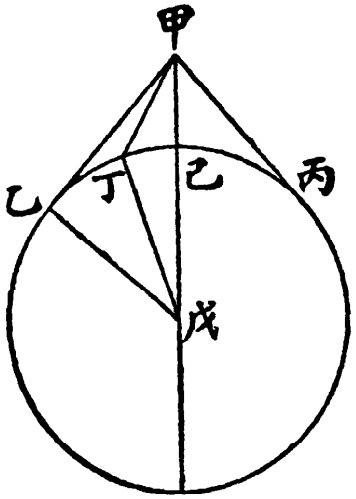




線。截圜界於己、於庚、於辛。其甲丙偕己甲。甲丁偕庚甲。甲戊偕辛甲。各矩內直角形、俱等。何者。試作甲乙切圜線。則各矩線內直角形。與甲乙上直角方形俱等。故。（本題）二系。從圜外一點。作兩直線切圜。此兩線等。如甲點作甲乙、甲丙、兩切圜線。卽甲丙與甲乙等。何者。試從甲作甲丁線。截圜界於戊。其甲乙、甲丙、上兩直角方形。各與甲丁偕甲戊、矩內直角形等。（本題）則此兩直角方形、自相等。

三系。從圜外一點。止可作兩直線切圜。若言從甲既作甲、乙、甲丙、兩線切圜、又可作甲丁線、亦切圜。令從戊心作戊乙、戊丁、兩線。卽甲乙戊爲直角。而甲丁戊亦宜等爲直角。（本篇十八）試作甲戊直線。則甲乙戊角形內。有甲丁戊角。應大於甲乙戊角。（一卷廿一）安得爲直角也。又甲乙、甲丁、若俱切圜。卽兩線宜等。（本題二系）試作甲戊線、截圜於己。則甲丁爲近己線。甚小。當小於遠己之甲乙線。（本篇八）又

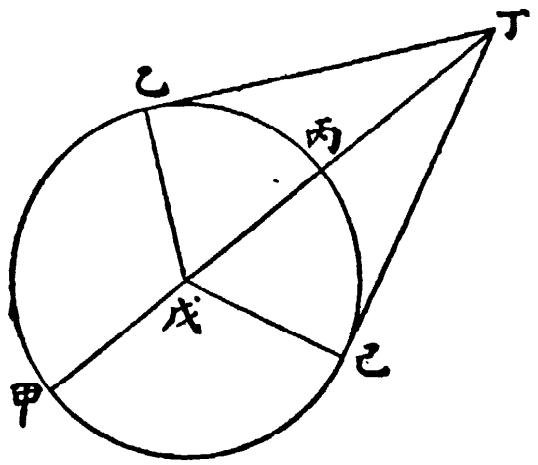
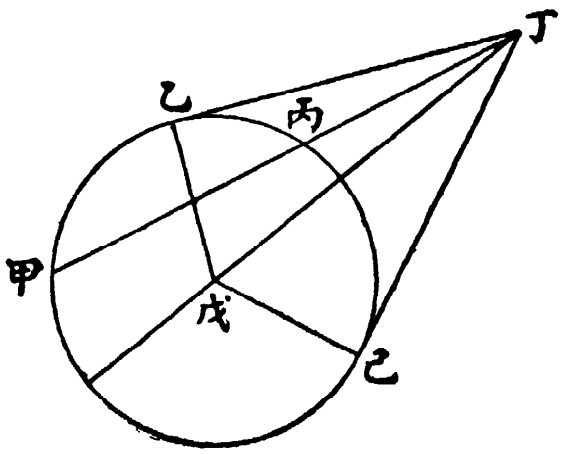
安得相等也．故一點上、止可作切圓線兩也．



第三十七題

圓外、任於一點、出兩直線．一至規外．一割圓、至規內．而割圓全線、偕割圓之規外線、矩內直角形．與至規外之線上直角方形、等．則至規外之線、必切圓．

解曰．甲乙丙圓．其心戊．從丁點作丁乙至規外之線．遇圓界於乙．又作丁甲割圓至規內之線．而截圓界於丙．其丁甲偕丁丙、矩內直角形．與丁乙上直角方形等．題言丁乙爲切圓線．

論曰．試從丁、作丁己線．切圓於己．（本篇十七）次作戊乙、戊己兩線相聯．若丁甲不過戊心者．又作丁戊直線．其丁己上直角方形．與丁甲偕丁丙、矩內直角形、等．（本篇廿六）而丁乙上直角方形．與丁甲偕丁丙、矩內直角形、亦等．則丁乙、丁己、上兩直角方形、自相等．而丁乙、丁己、兩線亦等．夫丁乙戊角形之丁乙、乙戊．與

丁己戊角形之丁己、己戊各兩腰等．丁戊同底．即兩角形之三角各等．（一卷八）而對丁戊底之丁己戊爲直角．（本篇十八）即丁乙戊亦直角．故丁乙爲切圜線．（本篇十六之系）